

| | |
|--|-----------|
| Przedmowa | 11 |
| Rozdział I. Sformułowanie zagadnień tarcz | 13 |
| 1. Podstawowe równania liniowej teorii sprężystości | 13 |
| 2. Równania liniowej teorii sprężystości w notacji inżynierskiej | 18 |
| 2.1. Sformułowanie ogólnego zagadnienia brzegowego statyki | 18 |
| 2.2. Równania nierozdzielności składowych tensora odkształcenia | 19 |
| 2.3. Sformułowanie zadania brzegowego w naprężeniach | 21 |
| 2.4. Sformułowanie zadania brzegowego w przemieszczeniach | 23 |
| 3. Sformułowanie teorii tarcz PSO i PSN we współrzędnych kartezjańskich | 26 |
| 3.1. Tarcze płaskiego stanu odkształcenia | 26 |
| 3.2. Tarcze płaskiego stanu naprężenia | 28 |
| 3.3. Sformułowanie ogólnego zadania tarcz | 29 |
| 3.4. Przemieszczeniowe sformułowanie zagadnienia tarcz PSO | 31 |
| 3.5. Uogólniony płaski stan naprężenia | 34 |
| 3.6. Równanie nierozdzielności odkształceń wyrażone przez naprężenia | 36 |
| 3.7. Równania przemieszczeniowe tarcz | 38 |
| 3.8. O zagadnieniach brzegowych tarcz i metodach ich rozwiązania | 38 |
| 4. Najprostsze przykłady i ćwiczenia | 43 |
| 4.1. Zapis warunków brzegowych naprężeniowych w tarczy | 43 |
| 4.2. Identyfikacja zadania na podstawie rozwiązania na przemieszczenia | 44 |
| 4.3. Równomiernie obciążona wałka warstwa sprężysta | 45 |
| 4.4. Wałka i niejednorodna warstwa sprężysta | 48 |
| 4.5. Ustalenie warunków przemieszczeniowych słupa | 50 |
| Rozdział II. Rozwiązania belek krępych i tarcz metodą półdwrotną | 58 |
| 1. Sformułowanie zadania w naprężeniach i metoda półdwrotna | 58 |
| 2. Belki krępe o przekroju prostokątnym | 61 |
| 2.1. Tarcza wspornikowa obciążona siłą | 62 |
| 2.1.1. Analiza rozwiązania zgodnego z teorią belek smukłych | 62 |
| 2.1.2. Rozwiązanie metodą półdwrotną | 63 |
| 2.2. Tarcza wspornikowa obciążona równomiernie | 66 |
| 2.2.1. Rozwiązanie zgodnie z teorią belek smukłych | 66 |
| 2.2.2. Rozwiązanie metodą półdwrotną zadania PSN | 68 |
| 2.3. Tarcza wspornikowa obciążona ciężarem własnym | 76 |
| 2.4. Tarcza swobodnie podparta obciążona równomiernie | 80 |
| 3. Wybrane zadania i ćwiczenia | 83 |
| 3.1. Tarcza obustronnie utwierdzona obciążona równomiernie | 83 |
| 3.2. Tarcza wspornikowa obciążona liniowo po długości | 89 |
| 3.3. Podsumowanie cech metody półdwrotnej w rozwiązywaniu słupów i belek | 93 |

| | |
|---|-----|
| Rozdział III. Metoda funkcji naprężeń | 99 |
| 1. Sformułowanie metody funkcji naprężeń | 99 |
| 2. Wielomiany biharmoniczne | 100 |
| 2.1. Wielomian czwartego i piątego stopnia | 100 |
| 2.2. Przykłady powiązania składników wielomianów z warunkami brzegowymi | 102 |
| 2.3. Wielomiany biharmoniczne dowolnego stopnia | 105 |
| 3. Zastosowania metody funkcji naprężeń w konstrukcjach masywnych | 107 |
| 3.1. Nieskończenie długa ściana | 108 |
| 3.1.1. Wyznaczenie funkcji Airy'ego i stanu naprężenia | 108 |
| 3.1.2. Obliczenie stanu odkształcenia i przemieszczenia | 111 |
| 3.2. Zapora obciążona cieczą i ciężarem własnym | 112 |
| 3.3. Asymetryczna zapora obciążona parciem cieczy | 114 |
| 3.4. Symetryczna pryzma obciążona obustronnym parciem cieczy | 119 |
| 4. Belki wysokie oraz tarcze PSN i PSO | 124 |
| 4.1. Tarcza wspornikowa obciążona siłą | 124 |
| 4.2. Tarcza swobodnie podparta obciążona ciężarem własnym | 129 |
| 4.3. Tarcza nieprzesuwnie swobodnie podparta obciążona równomiernie | 132 |
| Rozdział IV. Naprężenia główne i maksymalne ścinanie oraz ich trajektorie | 137 |
| 1. Podstawowe zależności | 137 |
| 1.1. Naprężenia oraz odkształcenia główne i ich trajektorie | 137 |
| 1.2. Wzory transformacyjne i koła Mohra | 140 |
| 1.3. Trajektorie ekstremalnych naprężeń stycznych | 142 |
| 1.4. O całkowaniu numerycznym i metodach graficznych | 143 |
| 2. Wyznaczanie trajektorii naprężeń głównych i maksymalnego ścinania | 145 |
| 2.1. Najprostsze przykłady tarcz | 146 |
| 2.1.1. Tarcza rozciągana | 146 |
| 2.1.2. Tarcza poddana czystemu ścinaniu | 147 |
| 2.1.3. Tarcza w stanie czystego zginania | 148 |
| 2.2. Belka wspornikowa obciążona siłą | 150 |
| 2.3. Pryzma obciążona ciężarem własnym | 153 |
| 3. Trajektorie krytycznego ścinania według hipotezy wyężenia Coulomba-Mohra | 157 |
| 3.1. Kryterium wyężenia CM i naprężenia zastępcze w zagadnieniach płaskich | 158 |
| 3.2. Równania różniczkowe trajektorii krytycznego ścinania | 163 |
| 4. Przykłady wyznaczania trajektorii krytycznego ścinania | 164 |
| 4.1. Tarcze w jednorodnym stanie naprężenia | 165 |
| 4.1.1. Tarcza poddana osiowemu rozciąganiu | 165 |
| 4.1.2. Tarcza ściskana osiowo | 166 |
| 4.2. Belka swobodnie podparta obciążona równomiernie | 168 |
| Rozdział V. Transformacja równań teorii tarcz z układu kartezjańskiego do biegunowego .. | 170 |
| 1. Układ współrzędnych biegunowych i baza fizyczna | 170 |
| 2. Transformacje składowych wektora i tensora drugiego rzędu | 171 |
| 3. Równania geometryczne Cauchy'ego | 173 |
| 4. Równania równowagi wewnętrznej Naviera | 176 |
| 5. Równania nierozdzielności odkształceń w naprężeniach | 177 |
| 6. Funkcja naprężeń we współrzędnych biegunowych | 178 |
| 7. Równania trajektorii we współrzędnych biegunowych | 180 |
| 8. Zagadnienie brzegowe tarcz PSO i PSN we współrzędnych biegunowych | 183 |
| 9. Zagadnienie kołowo symetryczne tarcz PSO i PSN | 185 |

| | |
|---|-----|
| Rozdział VI. Tarcze o symetrii kołowej | 186 |
| 1. Tarcze w stanie skrętnym | 186 |
| 1.1. Sformułowanie zagadnienia brzegowego | 186 |
| 1.2. Ogólne rozwiązanie | 187 |
| 1.2.1. Podejście naprężeniowe | 187 |
| 1.2.2. Sformułowanie przemieszczeniowe | 188 |
| 1.3. Skręcanie tarczy pierścieniowej | 189 |
| 1.4. Nieograniczona tarcza z kołowym otworem poddana równomiernemu ścinaniu na obwodzie otworu | 190 |
| 2. Stan obrotowo symetryczny | 194 |
| 2.1. Sformułowanie zagadnienia brzegowego | 194 |
| 2.2. Ogólne rozwiązanie dla stanu obrotowo symetrycznego | 195 |
| 2.2.1. Podejście naprężeniowe | 195 |
| 2.2.2. Sformułowanie przemieszczeniowe | 198 |
| 2.3. Zagadnienie Lamégo | 199 |
| 2.3.1. Nieskończenie długi cylinder obciążony ciśnieniem wewnętrznym | 200 |
| 2.3.2. Nośność sprężysta cylindra PSO i PSN | 204 |
| 2.4. Nieograniczona tarcza z otworem | 207 |
| 2.5. Tarcze pierścieniowe o różnych warunkach brzegowych | 209 |
| 2.5.1. Przemieszczeniowe warunki brzegowe | 209 |
| 2.5.2. Mieszane warunki brzegowe | 211 |
| 2.6. Tarcza pod nieciągłym obciążeniem | 214 |
| 2.7. Tarcze złożone z dwóch i więcej materiałów | 218 |
| 3. Słup zespolony w uogólnionym płaskim stanie odkształcenia | 223 |
| Rozdział VII. Klin, płaszczyzna i półpłaszczyzna | 228 |
| 1. Funkcja naprężeń o rozdzielonych zmiennych | 228 |
| 2. Klin obciążony siłą w wierzchołku | 231 |
| 3. Półpłaszczyzna sprężysta obciążona siłą | 237 |
| 3.1. Stan naprężenia | 237 |
| 3.2. Trajektorie naprężeń głównych i ekstremalnych naprężeń stycznych | 239 |
| 3.3. Wyznaczenie odkształceń i przemieszczeń | 241 |
| 4. Półpłaszczyzna obciążona siłą styczną do brzegu | 245 |
| 5. Płaszczyzna sprężysta obciążona siłą | 247 |
| 6. Zasada superpozycji oraz funkcje Greena | 253 |
| 6.1. Funkcje Greena | 253 |
| 6.2. Półpłaszczyzna obciążona równomiernie na odcinku | 256 |
| 7. Wybrane zadania i ćwiczenia | 265 |
| 7.1. Zastosowanie funkcji Greena | 265 |
| 7.2. Różne obciążenia półpłaszczyzny i zasada Saint-Venanta | 267 |
| Rozdział VIII. Pręty zakrzywione i koncentracja naprężeń | 274 |
| 1. Pręt zakrzywiony obciążony momentem | 274 |
| 1.1. Sformułowanie i rozwiązanie zadania | 275 |
| 1.2. Prezentacja uzyskanych wyników | 281 |
| 1.3. Naprężenia resztkowe w pierścieniu | 286 |
| 2. Pręt zakrzywiony obciążony poprzecznie siłą na brzegu | 288 |
| 3. Pręt zakrzywiony obciążony podłużnie siłą na brzegu | 294 |

| | | |
|--|---|------------|
| 4. | Rozciągana tarcza z kołowym otworem | 300 |
| 4.1. | Sformułowanie i rozwiązanie zadania | 300 |
| 4.2. | Analiza stanu naprężenia | 304 |
| 5. | Zginana tarcza z kołowym otworem | 309 |
| Rozdział IX. Zastosowanie szeregów trygonometrycznych | | 314 |
| 1. | Rozwinięcie obciążenia w szereg trygonometryczny | 314 |
| 2. | Funkcje naprężeń | 318 |
| 3. | Zagadnienie brzegowe belki-ściany | 320 |
| 3.1. | Sformułowanie i rozwiązanie zadania | 320 |
| 3.2. | Analiza stanu naprężenia | 328 |
| 3.3. | Trajektorie naprężeń głównych | 334 |
| Rozdział X. Tarcze obciążone temperaturą i skurczem | | 338 |
| 1. | Uzupełnienie związku Hooke'a o odkształcenia termiczne i skurczowe | 338 |
| 2. | Zagadnienie brzegowe tarcz we współrzędnych kartezjańskich | 341 |
| 2.1. | Nieograniczona tarcza obciążona temperaturą | 342 |
| 2.2. | Nieograniczone pasmo tarczowe obciążone temperaturą | 342 |
| 3. | Tarcze obciążone temperaturą we współrzędnych biegunowych | 344 |
| 3.1. | Zagadnienia brzegowe obrotowo symetrycznych tarcz PSN i PSO | 345 |
| 3.2. | Tarcza z otworem kołowym utwierdzona na obwodzie | 347 |
| 3.3. | Pierścieni i rura obciążone liniowym rozkładem temperatury | 349 |
| 3.4. | Pierścieni o symetrii kołowej w warunkach ustalonego przepływu ciepła | 353 |
| 4. | Wybrane zadania | 358 |
| 4.1. | Układ złożony z krążka i nieograniczonej tarczy | 358 |
| 4.2. | Tarcza testu podatności na pęknięcie materiału kruchego poddanego skurczowi | 361 |
| Rozdział XI. Wybrane przykłady złożonych zadań | | 367 |
| 1. | Walec ściskany wzdłuż średnicy | 367 |
| 1.1. | Sformułowanie zadania | 367 |
| 1.2. | Rozwiązanie zadania półpłaszczyzny obciążonej siłą | 368 |
| 1.3. | Zastosowanie zasady superpozycji do rozwiązania zadania | 370 |
| 1.4. | Rozwiązanie we współrzędnych kartezjańskich i biegunowych | 372 |
| 1.5. | Analiza wyników | 375 |
| 1.5.1. | Stan naprężenia | 376 |
| 1.5.2. | Stan odkształcenia | 379 |
| 1.6. | Trajektorie naprężeń głównych | 379 |
| 1.7. | Zastosowania rozwiązania zadania w badaniach doświadczalnych | 380 |
| 2. | Rura połączona z przestrzenią w stanie dwuosiowego obciążenia | 382 |
| 2.1. | Połączenie bez poślizgu | 382 |
| 2.2. | Połączenie z możliwością poślizgu | 385 |
| 3. | Dyslokacja krawędziowa | 394 |
| 4. | Zagadnienie nieograniczonej tarczy z karbem | 399 |
| Rozdział XII. Tarcze anizotropowe | | 408 |
| 1. | Podstawowe równania anizotropowych tarcz PSN i PSO | 408 |
| 2. | Reprezentacje płaskich tensorów Hooke'a | 412 |
| 2.1. | Związki Hooke'a materiałów anizotropowych w PSN i PSO | 412 |
| 2.2. | Cztery typy anizotropii | 415 |
| 2.3. | Kompozyty włókniste i laminaty | 417 |
| 2.4. | Model kompozytu włóknistego w przypadku PSN | 420 |

| | |
|--|-----|
| 3. Przykłady wprowadzające | 421 |
| 3.1. Równania nierozdzielności odkształceń w naprężeniach | 421 |
| 3.2. Jednoosiowy stan naprężenia | 422 |
| 3.3. Jednoosiowy stan odkształcenia | 423 |
| 3.4. Warstwa sprężysta | 424 |
| 4. Metoda funkcji naprężeń | 427 |
| 4.1. Podstawowe zależności | 427 |
| 4.2. Wielomiany piątego stopnia jako funkcja naprężeń dla tarcz anizotropowych | 428 |
| 4.3. Swobodnie podparta tarcza anizotropowa obciążona równomiernie | 429 |
| 4.3.1. Wyznaczenie naprężeń | 430 |
| 4.3.2. Wyznaczenie odkształceń i przemieszczeń | 433 |
| 4.3.3. Przypadki szczególne | 435 |
| 4.4. Trajektorie naprężeń i odkształceń głównych | 438 |
| 4.4.1. Tarcza swobodnie podparta obciążona równomiernie | 438 |
| 4.4.2. Tarcza obustronnie utwierdzona obciążona równomiernie | 439 |
| 4.5. Anizotropia w zagadnieniu półprzestrzeni sprężystej | 441 |
| 4.5.1. Klin obciążony siłą skupioną | 441 |
| 4.5.2. Półpłaszczyzna obciążona siłą skupioną | 442 |
| Bibliografia | 444 |