

Spis treści

Wprowadzenie	9
Słowo wstępne	9
Zawartość podręcznika	10
Zastosowane oznaczenia	12
Rozdział 1. Przestrzenie metryczne	13
1.1. Definicja metryki. Przykłady przestrzeni metrycznych	13
1.2. Kule w przestrzeni metrycznej	21
1.3. Topologia generowana przez metrykę	23
1.4. Zagadnienie równoważności metryk	33
1.5. Zbieżność ciągów w przestrzeni metrycznej	35
1.6. Metryka pochodząca od normy	38
1.7. Norma pochodząca od iloczynu skalarnego	44
1.8. Ćwiczenia	48
Rozdział 2. Przestrzenie topologiczne	51
2.1. Definicja topologii. Przykłady przestrzeni topologicznych	51
2.2. Topologia indukowana	58
2.3. Wnętrze, domknięcie i brzeg zbioru	62
2.4. Zbiory gęste, brzegowe oraz nigdziegęste	75
2.5. Ośrodkowość przestrzeni topologicznej	78
2.6. Ćwiczenia	82
Rozdział 3. Twierdzenie Cantora i twierdzenie Baire’a	87
3.1. Średnica zbioru. Zstępujący ciąg zbiorów	87
3.2. Twierdzenie Cantora o zstępującym ciągu zbiorów domkniętych	91
3.3. Twierdzenie Baire’a	93
3.4. Wybrane zastosowania twierdzenia Baire’a	98
3.5. Ćwiczenia	99
Rozdział 4. Baza topologii i baza otoczeń punktu	101
4.1. Baza topologii i jej własności	101
4.2. Baza otoczeń punktu i jej własności	109
4.3. Ćwiczenia	115

Rozdział 5. Aksjomaty przeliczalności	117
5.1. Zależności między aksjomatami przeliczalności	117
5.2. Aksjomaty przeliczalności a metryzowalność przestrzeni topologicznej	120
5.3. Aksjomaty przeliczalności a ośrodkowość przestrzeni topologicznej	123
5.4. Podsumowanie	128
5.5. Ćwiczenia	130
Rozdział 6. Odwzorowania ciągłe i homeomorfizmy	131
6.1. Ciągłość w przestrzeniach topologicznych	131
6.2. Ciągłość w przestrzeniach metrycznych	138
6.3. Jednostajna ciągłość w przestrzeniach metrycznych	141
6.4. Granica jednostajnie zbieżnego ciągu odwzorowań ciągłych	144
6.5. Przestrzeń odwzorowań ciągłych i ograniczonych	146
6.6. Przestrzeń odwzorowań ciągłych na przedziale $[a, b]$ o wartościach rzeczywistych	148
6.7. Odwzorowanie otwarte, odwzorowanie domknięte, homeomorfizm	150
6.8. Przenoszenie topologii za pomocą bijekcji	156
6.9. Ćwiczenia	157
Rozdział 7. Topologia produktowa i topologia ilorazowa	161
7.1. Topologia produktu skończenie wielu przestrzeni topologicznych	161
7.2. Topologia produktu dowolnie wielu przestrzeni topologicznych	165
7.3. Odwzorowania ciągłe o wartościach w przestrzeni z topologią produktową	168
7.4. Ogólne własności topologii produktowej	169
7.5. Topologia ilorazowa	174
7.6. Ćwiczenia	179
Rozdział 8. Aksjomaty oddzielania, lemat Urysona i twierdzenie Tietzego	181
8.1. Podstawowe aksjomaty oddzielania i związki między nimi	181
8.2. Lemat Urysona. Aksjomat $T_{3\frac{1}{2}}$	193
8.3. Twierdzenie Tietzego	199
8.4. Ćwiczenia	206
Rozdział 9. Zwartość	207
9.1. Definicja zwartości	207
9.2. Zwartość a ciągowa zwartość w przestrzeni metrycznej	210
9.3. Zwartość a domkniętość zbioru	216
9.4. Zwartość a domkniętość i ograniczoność zbioru w przestrzeni metrycznej	219
9.5. Zwartość a ośrodkowość przestrzeni metrycznej	223
9.6. Zwartość a zupełność przestrzeni metrycznej	224
9.7. Jednostajna ciągłość a zwartość	226
9.8. Twierdzenie Weierstrassa	227

9.9. Przestrzeń odwzorowań ciągłych na zwartej przestrzeni metrycznej	231
9.10. Twierdzenie Arzeli–Ascolego	232
9.11. Przestrzeń zwarta jako przestrzeń normalna	235
9.12. Kryterium zwartości Riesz ¹	237
9.13. Zwartość produktu przestrzeni zwartych	238
9.14. Przestrzeń Lindelöfa	241
9.15. Lokalna zwartość. Uzwarzenie Aleksandrowa	243
9.16. Parazwartość	248
9.17. Ćwiczenia	251
Rozdział 10. Spójność	253
10.1. Definicja spójności. Warunki równoważne dotyczące spójności	253
10.2. Obraz zbioru spójnego przez odwzorowanie ciągłe	258
10.3. Badanie spójności za pomocą zbiorów rozgraniczonych	262
10.4. Spójność produktu przestrzeni spójnych	269
10.5. Składowe spójne	270
10.6. Drogowa spójność i łukowa spójność	273
10.7. Lokalna spójność	277
10.8. Ćwiczenia	280
Rozdział 11. Twierdzenia o punkcie stałym	283
11.1. Twierdzenie Banacha o punkcie stałym	283
11.2. Twierdzenie Brouwera o punkcie stałym	286
11.3. Ćwiczenia	289
Rozdział 12. Elementy teorii homotopii	291
12.1. Homotopijność odwzorowań	291
12.2. Grupa podstawowa przestrzeni topologicznej	293
12.3. Hipoteza Poincarégo	301
12.4. Ćwiczenia	305
Bibliografia	307
Skorowidz	309