

Konstanty Dmochowski



Czego nie znajdziesz w tablicach
maturalnych z matematyki?

Wykaz najważniejszych faktów, zależności, wzorów

Autor: **Konstanty Dmochowski**

Korekta i redakcja: **Magdalena Bodek**

Projekt okładki: **Michał Bobrowski**

Skład i łamanie: **Sławomir Drachal, Konstanty Dmochowski**

Copyright © by Konstanty Dmochowski

Poznań 2023

ISBN: 978-83-966226-2-4

Wydanie pierwsze, poprawione

Książka, którą nabyłaś(eś), jest zarówno dziełem Twórcy, jak i wydawcy - w wersji papierowej, jak i elektronicznej. Jej zawartość możesz wykorzystać w celach edukacyjnych, prowadząc zajęcia w szkołach, uczelniach, podczas szkoleń lub korepetycji, jednak wyraźnie przy tym zaznacz, skąd dane opracowanie pochodzi.

Kontakt z Autorem:

strona internetowa: www.programtica.edu.pl

e-mail: kosti@programtica.edu.pl

pomocniczy e-mail: kondmo@gmail.com

Wersja elektroniczna



strona internetowa: www.bookplan.pl

e-mail: info@bookplan.pl

Spis treści

Od autora	7
---------------------	---

Zanim zaczniemy

Jak korzystać z poniższej książki?	11
Wykaz najważniejszych oznaczeń	13

I. Działy

1. Liczby i działania	17
2. Logarytmy	22
3. Ciągi	24
4. Funkcje	28
5. Funkcja liniowa	38
6. Funkcja kwadratowa	40
7. Wielomiany	43
8. Geometria analityczna	46
9. Planimetria	48
10. Stereometria	59
11. Trygonometria	65
12. Rachunek prawdopodobieństwa	68

II. Zadania z rozwiązaniami

Zadania	87
Odpowiedzi do zadań	93
Szczegółowe rozwiązania	95

Dodatki

Brudnopis131
Alfabet grecki134
Tabela wartości funkcji trygonometrycznych135
Bibliografia138
Spis rysunków139
Spis tabel142
Skorowidz143

Logarytmy są bardzo praktyczne. Dla przykładu są one stosowane w chemii, gdy chcemy zbadać skalę pH dla danej substancji, w akustyce przy pomiarze natężenia dźwięku, czy jego tłumieniu.

Przypomnimy wzory, które możemy znaleźć w tablicach matematycznych:

Definicja logarytmu

Niech $a > 0$ i $a \neq 1$. Logarytmem $\log_a b$ liczby $b > 0$ przy podstawie a nazywamy wykładnik c potęgi, do której należy podnieść a , aby otrzymać b :

$$\log_a b = c \Leftrightarrow a^c = b$$

Równoważnie:

$$a^{\log_a b} = b$$



Poza definicją, mamy także wymienione podstawowe własności:

Własności logarytmu

Dla dowolnych liczb rzeczywistych $x > 0$, $y > 0$ oraz r prawdziwe są równości:

$$\log_a(x \cdot y) = \log_a x + \log_a y \quad (2.1.)$$

$$\log_a \left(\frac{x}{y} \right) = \log_a x - \log_a y \quad (2.2.)$$

$$\log_a x^r = r \cdot \log_a x \quad (2.3.)$$



Wzór na zamianę podstawy logarytmu

Jeżeli $a > 0, a \neq 1, b > 0, b \neq 1$ oraz $c > 0$, to

$$\log_b c = \frac{\log_a c}{\log_a b}$$

W szczególności:

$$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$$



Jak się okazuje, nie są to jedyne własności logarytmu, które przewijają się w zadaniach. Niekiedy pojawiają się też:

- Ciekawsze własności

Jeśli $a > 0, a \neq 1, b > 0$ i $s \neq 0$, to:

$$\log_{a^s} b = \frac{1}{s} \log_a b$$

W połączeniu z zależnością (2.3.) uogólnieniem powyższej zależności jest następująca własność:

$$\log_{a^s} b^r = \frac{r}{s} \log_a b$$

Jeśli $a, b > 0, a, b \neq 1$ i $c > 0$, to:

$$\log_a b \cdot \log_b c = \log_a c$$

Łatwo tę ostatnią własność zapamiętać - jest to nic innego, jak wykorzystanie wzoru na zamianę podstaw i pomnożenie obustronnie tegoż wzoru przez wyrażenie $\log_a b$ z lewej strony.

Z wielomianami poniekąd już się spotkaliśmy wcześniej - postaci funkcji liniowej i kwadratowej są najprostszym przykładem wielomianów. Tutaj głównie powiemy o bardziej zaawansowanych przypadkach.

- Pierwiastek wielomianu

Pierwiastkiem wielomianu W nazywamy taką liczbę rzeczywistą a , dla której $W(a) = 0$.

- Twierdzenie Bézouta¹¹

Liczba a jest pierwiastkiem wielomianu W wtedy i tylko wtedy, gdy wielomian W jest podzielny przez dwumian $(x - a)$.

- Liczba pierwiastków wielomianu

Liczba pierwiastków niezerowego wielomianu $W(x)$ jest nie większa niż stopień wielomianu $W(x)$.

- Wymierne pierwiastki wielomianu o współczynnikach całkowitych

Jeżeli wielomian

$$W(x) = a_n \cdot x^n + a_{n-1} \cdot x^{n-1} + a_{n-2} \cdot x^{n-2} + \dots + a^2 \cdot x^2 + a_1 \cdot x + a_0,$$

gdzie $a_n \neq 0$ i $a_0 \neq 0$ o współczynnikach całkowitych ma pierwiastek wymierny zapisany w postaci ułamka zwykłego nieskracalnego, to licznik tego ułamka jest dzielnikiem wyrazu wolnego a_0 , z kolei mianownik to dzielnik współczynnika a_n przy najwyższej potędze zmiennej.

W szczególności, gdy $a_n = 1$, to pierwiastek może być przedstawiony jako dzielnik wyrazu wolnego a_0 .

¹¹ Étienne Bézout (1730-1783) - francuski matematyk.

- Pierwiastek k -krotny

Pierwiastkiem k -krotnym wielomianu W , ($k \in \mathbb{N}_+$) nazywamy liczbę a wtedy i tylko wtedy, gdy wielomian W jest podzielny przez $(x - a)^k$ i nie jest podzielny przez $(x - a)^{k+1}$. Liczbę k nazywamy krotnością pierwiastka.

- Schemat Hornera¹²

Niech dany będzie wielomian

$$W(x) = a_n \cdot x^n + a_{n-1} \cdot x^{n-1} + \dots + a_1 \cdot x + a_0,$$

gdzie $a_n \neq 0$, oraz dwumian liniowy $(x - a)$.

Układając poniższą tabelkę:

	a_n	a_{n-1}	...	a_1	a_0
a		$c_{n-1} = a \cdot b_{n-1}$...	$c_1 = a \cdot b_1$	$c_0 = a \cdot b_0$
	$b_{n-1} = a_n$	$b_{n-2} = a_{n-1} + c_{n-1}$...	$b_0 = a_1 + c_1$	$r = a_0 + c_0$

możemy się przekonać, że wielomian da się zapisać w postaci:

$$W(x) = (b_{n-1}x^{n-1} + b_{n-2}x^{n-2} + \dots + b_1x + b_0)(x - a) + r.$$

W dziale z zadaniami, znajdziesz wielomian rozwiązany tą metodą.

Zapamiętaj!

Nie wolno wykonywać tego algorytmu przy dzieleniu wielomianów przez wielomiany o wyższym stopniu! Wówczas należy skorzystać z dzielenia wielomianów sposobem pisemnym.



Ciekawostka

Schemat ten jest pomocny przy konwersji liczb zapisanych w różnych systemach pozycyjnych (np. z dwójkowego na dziesiętny).



¹² William George Horner (1786-1837) - brytyjski matematyk.

- Wielomian rozkładalny

Wielomianem rozkładalnym nazywamy wielomian różny od wielomianu zerowego, który da się przedstawić w postaci iloczynu wielomianów mających stopnie różne od zera. Jeżeli nie da się go przedstawić w postaci takiego iloczynu, wielomian ten jest nierozkładalny.

Każdy wielomian stopnia ≥ 3 można rozłożyć na czynniki stopnia co najwyżej drugiego. Taki rozkład jest jednoznaczny z dokładnością do kolejnych czynników oraz stałej.

- Trójkąt Pascala¹³

Współczynniki liczbowe pochodzące z rozwinięcia $(a + b)^n$ można zapisać w kolejnych wierszach:

$n = 0$				1											
$n = 1$			1		1										
$n = 2$			1		2		1								
$n = 3$			1		3		3		1						
$n = 4$			1		4		6		4		1				
$n = 5$			1		5		10		10		5		1		
$n = 6$			1		6		15		20		15		6		1

i tak dalej...

W tym trójkącie każda liczba poza skrajnymi jedynkami jest sumą dwóch liczb, które znajdują się powyżej tej liczby (dla przykładu, dla $n = 4$, mamy kolejno: **4 = 1 + 3**, **6 = 3 + 3**, **4 = 3 + 1**).

Co ciekawe, kolejne liczby w poszczególnym wierszu są powiązane z kolejnymi współczynnikami wzorów skróconego mnożenia.

Np.

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

Dla wyższych potęg, wyrażenie $(a \pm b)^n$ dla dowolnego $n \in \mathbb{N}$ rozwijamy ze wzoru dwumianowego Newtona¹⁴.

¹³ Blaise Pascal (1623-1662) - francuski matematyk, fizyk, inżynier-wynalazca, filozof.

¹⁴ Isaac Newton (1642/43-1726/27) - angielski fizyk, astronom, matematyk, filozof.

Zadania

Poniżej zamieszczone są treści zadań, które wykorzystują poznane przez nas pojęcia. Powodzenia!

Ważna informacja: W zadaniach zostało podane źródło, jak również liczba punktów, które maksymalnie można było uzyskać poprawnie rozwiązując dane zadanie.

Zadanie 1. (0–1, CKE grudzień 2013 - przykładowy zestaw zadań A1, poziom podstawowy)

Liczba 15 jest przybliżeniem z niedomiarem liczby x . Błąd bezwzględny tego przybliżenia jest równy 0,24. Liczba x to

- A. 14,76 B. 14,80 C. 15,20 D. 15,24

Zadanie 2. (0–2, CKE maj 2016 - poziom podstawowy)

W tabeli przedstawiono roczne przyrosty wysokości pewnej sosny w ciągu sześciu kolejnych lat.

kolejne lata	1	2	3	4	5	6
przyrost (w cm)	10	10	7	8	8	7

Oblicz średni roczny przyrost wysokości tej sosny w badanym okresie sześciu lat. Otrzymany wynik zaokrąglaj do 1 cm. Oblicz błąd względny otrzymanego przybliżenia. Podaj ten błąd w procentach.

Zadanie 3. (0–1, autorskie)

Wyrażenie $\log_2 9 \cdot \log_9 36 \cdot \log_6 27$ jest równe:

- A. $2 \log_2 27$ B. $2 \log_2 36$ C. $6 \log_2 27$ D. $27 \log_2 6$

osią symetrii tego czworokąta i zawiera przekątną AC . Oblicz współrzędne wierzchołków C i D tego czworokąta.

Zadanie 10. (0–1, CKE maj 2021 - poziom rozszerzony)

Wielomian $W(x) = x^4 + 81$ jest podzielny przez

A. $x - 3$ B. $x^2 + 9$ C. $x^2 - 3\sqrt{2}x + 9$ D. $x^2 + 3\sqrt{2}x - 9$

Zadanie 11. (0–2, CKE maj 2017 - poziom podstawowy)

Wykaż, że liczba $4^{2017} + 4^{2018} + 4^{2019} + 4^{2020}$ jest podzielna przez 17.

Zadanie 12. (0–2, CKE czerwiec 2018 - termin dodatkowy, poziom podstawowy)

Wykaż, że reszta z dzielenia sumy kwadratów czterech kolejnych liczb naturalnych przez 8 jest równa 6.

Zadanie 13. (0–3, autorskie)

Mając do dyspozycji kredki o długościach: 6 cm, 8 cm, 10 cm, 14 cm Antonina wylosowała trzy kredki o różnej długości. Jakie jest prawdopodobieństwo, że z wylosowanych odcinków będzie mogła skonstruować trójkąt?

Zadanie 14. (0–1, CKE wrzesień 2020, termin poprawkowy - poziom podstawowy)

Pole powierzchni całkowitej sześcianu jest równe 12. Suma długości wszystkich krawędzi tego sześcianu jest równa:

A. $6\sqrt{2}$ B. $3\sqrt{2}$ C. $12\sqrt{2}$ D. $8\sqrt{2}$

Zadanie 15. (0–2, CKE informator do matury 2023 - poziom podstawowy)

Dany jest ciąg a_n określony wzorem rekurencyjnym:

$$\begin{cases} a_1 = -2 \\ a_{n+1} = n \cdot a_n + 4 \end{cases} \quad \text{dla każdej liczby naturalnej } n \geq 1.$$

Oblicz sumę czterech początkowych wyrazów ciągu (a_n) .

Zadanie 16. (0–2, CKE informator do matury 2023 - poziom podstawowy)

Dany jest ciąg (a_n) określony wzorem ogólnym: $a_n = 4n - 9$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$.

Wykaż, że ciąg (a_n) jest arytmetyczny.

Zadanie 17. (0–2, autorskie)

Wykaż, że ciąg $b_n = n^2 - 3n$ jest geometryczny.

Zadanie 18. (0–3, autorskie, na wzór CKE informator do matury 2023 - poziom rozszerzony)

Funkcja f jest określona wzorem $f(x) = -\frac{8x}{x+2}$, dla każdego $x > 2$.

Wykaż, że f jest funkcją malejącą.

Zadanie 19. (0–2, autorskie)

Kąt α jest kątem rozwartym i $\cos \alpha = -\frac{2}{3}$. Oblicz $4 + \operatorname{tg}^2 \alpha$.

Zadanie 20. (0–4, CKE maj 2012 - poziom rozszerzony)

Rozwiąż nierówność $x^4 + x^2 \geq 2x$.

Zadanie 21. (0–4, CKE - informator do matury 2023 - poziom rozszerzony)

Rozwiąż nierówność

$$(2 - \cos x)^2 \leq 4 \sin^2 \frac{x}{2} - 4 \cos^2 \frac{x}{2} + 4,75$$

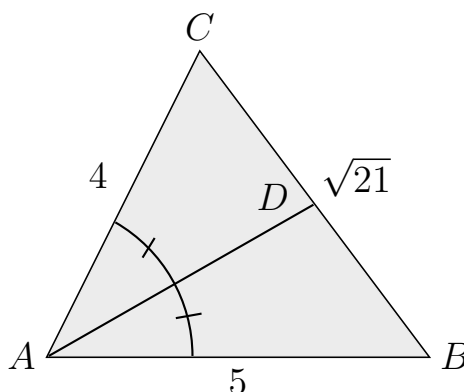
w zbiorze $(0, \pi)$.

Zadanie 22. (0–4, autorskie, na wzór CKE czerwiec 2019 - poziom rozszerzony)

Miara kąta wewnętrznego n -kąta foremnego jest o 5° mniejsza od miary kąta wewnętrznego $(n + 1)$ -kąta foremnego. Oblicz n .

Zadanie 23. (0–1, CKE - informator do matury 2023 - poziom podstawowy)

Dany jest trójkąt ABC , w którym $|AB| = 5$, $|BC| = \sqrt{21}$, $|AC| = 4$. Dwusieczna kąta $\angle CAB$ przecina bok BC w punkcie D (zobacz rysunek poniżej).



Dokończ zdanie. Zaznacz odpowiedź A, B albo C oraz jej uzasadnienie 1., 2. albo 3.

Długość odcinka BD jest równa

A.	$ BD = \frac{1}{2}\sqrt{21}$	ponieważ z twierdzenia o dwusiecznej wynika, że	1.	$\frac{ AB }{ AC } = \frac{ BC }{ BD }$
B.	$ BD = \frac{5}{9}\sqrt{21}$		2.	$ BD = AC $
C.	$ BD = \frac{4}{5}\sqrt{21}$		3.	$\frac{ AB }{ AC } = \frac{ BD }{ DC }$

Zadanie 24. (0–2, autorskie)

Rozwiąż trójkąt o bokach 5 cm i 10 cm i kącie prostym zawartym pomiędzy podanymi bokami.

Zadanie 25. (0–2, CKE grudzień 2014 - arkusz próbny - poziom podstawowy)

Czas połowicznego rozpadu pierwiastka to okres, jaki jest potrzebny, by ze 100% pierwiastka pozostało 50%. Oznacza to, że ilość pierwiastka pozostała z każdego grama po x okresach rozpadu połowicznego wyraża się wzorem $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$.

W przypadku izotopu jodu ^{131}I czas połowicznego rozpadu jest równy 8 dni. Wyznacz najmniejszą liczbę dni, po upływie których z 1 g ^{131}I pozostanie nie więcej niż 0,125 g tego pierwiastka.

Zadanie 26. (0–6, CKE maj 2017 - arkusz dla starej podstawy programowej - poziom rozszerzony)

Przekątne sąsiednich ścian bocznych prostopadłościanu wychodzące z jednego wierzchołka tworzą z jego podstawą kąty o miarach $\frac{\pi}{3}$ i α . Cosinus kąta między tymi przekątnymi jest równy $\frac{\sqrt{6}}{4}$. Wyznacz miarę kąta α .

Zadanie 27. (0–2, autorskie)

Niech $a_{15} = 9$ i $r = 3$. Wyznacz sześćdziesiąty dziewiąty wyraz ciągu arytmetycznego (a_n) określonego dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$.

Zestawienie pojęć występujących w książce.

A

aksjomat 19
 algorytm 44, 114
 Euklidesa 19

B

błąd
 bezwzględny 21, 95
 procentowy 21, 96
 względny 21, 96

C

cecha podzielności 17, 18
 ciąg
 arytmetyczny 25, 109, 127
 geometryczny 26, 110
 granica 27
 niewłaściwa 27
 właściwa 27
 rekurencyjny 25, 109
 zbieżny 27
 cosinus 65, 112
 cotangens 65
 cyfra 17, 18, 72, 73
 czworokąt 89
 czynniki 45, 103
 pierwsze 19, 20

Ć

ćwiartka 46, 65

D

deltoid 50, 104
 diagram Venna 72, 76
 doświadczenie losowe
 wieloetapowe 79
 drzewo stochastyczne 72, 75
 dwumian 44
 działanie 21
 dzielenie 17
 dzielna 113
 dzielnik 17, 19, 113

F

figura
 bok 48–50, 53–57, 100, 101, 118,
 119, 121, 122
 funkcja 97
 kwadratowa 40
 ciągła 37
 dziedzina 28, 88, 101, 124
 ekstrema funkcji 37
 kwadratowa 40, 88
 liczbowa 30
 liniowa 38, 97

malejąca 29, 38, 111
 monotoniczność 29, 124
 niemalejąca 29
 nieparzysta 30
 nierosnąca 29
 odwzorowanie 28
 okresowa 30
 parzysta 30
 pochodna 111
 przyporządkowanie 28
 rosnąca 29, 38, 97, 102
 równość funkcji 31
 różnowartościowość 29, 124
 stała 29, 38
 trygonometryczna 30, 65, 119, 120, 126
 zbiór wartości 28
 złożenie funkcji (superpozycja) 31, 102

G

geometria 48, 59
 graf 128
 graniastosłup 59

I

iloczyn 71
 iloraz 109, 110

K

kąt 65
 dwusieczna 57, 58, 91, 118
 dwuścienny 64
 prosty 49, 104
 przyległy 52
 rozwarty 90
 wewnętrzny 52, 90
 zewnętrzny 52

kombinacje

bez powtórzeń 69, 71
 z powtórzeniami 70, 71

kombinatoryka 68
 krawędź 108
 boczna 60, 63, 64
 kula 80
 kwadrat 50

L

liczba 21, 67
 Eulera 27
 naturalna 107
 niewymierna 27
 parzysta 107
 liczby 17
 całkowite 17
 naturalne 20, 71
 dodatnie 71
 względnie pierwsze 20
 logarytm 22, 96
 naturalny 27
 losowanie 80

M

maksimum lokalne 37
 metoda
 graficzna 39
 podstawiania 39
 przeciwnych współczynników 39, 105
 miara łukowa 66
 miejsce zerowe 31, 38
 minimum lokalne 37
 model klasyczny 72
 moneta 79
 multizbiór 70

N

nierówność 40, 97, 101

- kwadratowa 97
wykładnicza 124
niewiadoma 39, 117, 124
NWD (największy wspólny dzielnik) 18, 19, 21
NWW (najmniejsza wspólna wielokrotność) 20, 21
- O**
objętość 58
obwód 58, 103
odcinek 48
 długość 58, 98, 119
 środek 105
okrąg 49
 opisany na czworokącie 56
okręgi 51
 przecinające się 51
 rozłączne wewnętrznie 51
 rozłączne zewnętrznie 51
 styczne wewnętrznie 51, 98
 styczne zewnętrznie 51, 98
 współśrodkowe 51
orzeł 79
ostroślup 59
oś
 pionowa 46
 pozioma 46
 symetrii 41, 49, 89, 104
- P**
parabola 40
parametr 42, 97
permutacje
 bez powtórzeń 69
 z powtórzeniami 69, 70
pierwiastek 101
płaszczyzna podstawy 61, 63
 pochodna 37, 102, 103
 pojęcie pierwotne 19, 76
 pole 58, 100, 101
 potęga 106
 powinowactwo prostokątne 32, 34, 36
 półprosta 57, 119
 prawdopodobieństwo 68
 całkowite 81
 klasyczne 108
 warunkowe 80
 procent 21
 składany 24
 promień 98
 proporcja 66, 119
 prosta 57, 104
 rozłączna z okręgiem 47
 prostokąt 50
 prostopadłościan 60, 125
 przekątna 49, 53, 60, 61, 104, 105
 przekształcenia 31
 punkt 33, 35, 36, 39, 41, 88
 punkty kratowe 47
- R**
radian 66
reguła
 dodawania 68
 kombinatoryczna 68
 mnożenia 68
rekurencja 25, 71
reszka 79
reszta z dzielenia 17, 114
romb 50
równanie 40, 88, 95, 104, 105
 kwadratowe 40, 117
równoległobok 50
różnica 102, 109

S

schemat Hornera 44, 113
 sieczna do okręgu 47
 silnia 71
 sinus 65, 112
 sortowanie
 bąbelkowe 40
 przez wstawianie 40
 stała 45
 stopień 66
 stosunek 58
 styczna do okręgu 47
 suma 27, 102
 symetralna 57
 symetria
 osiowa
 względem osi O_x 31, 35
 względem osi O_y 31, 33, 35
 środkowa 31, 35
 sześcian 60, 108
 szufladka 72

Ś

ściana boczna 60, 63
 średnia
 arytmetyczna 40, 95
 średnica 105
 środek okręgu 98
 środkowa 57

T

tangens 65, 112
 trapez 50, 53
 trójkąt 54, 100
 charakterystyczny 54, 125
 Pascala 45
 prostokątny 105
 równoboczny 103

twierdzenie 24

Bézouta 43
 cosinusów 54, 122
 Fermata 37
 Pitagorasa 100, 105
 sinusów 54, 122

U

układ
 nieoznaczony 39
 oznaczony 39
 równań liniowych 39, 105
 sprzeczny 39
 współrzędnych 46, 117
 ułamek 21, 111
 urna 72

W

wariacje
 bez powtórzeń 69
 z powtórzeniami 69, 70
 wartość
 bezwzględna 21, 32, 33, 35, 95
 dokładna 21
 najmniejsza 12, 31, 41, 42
 największa 12, 31, 41, 42
 przybliżona 21
 warunek
 dostateczny 37
 konieczny 37
 wektor 31
 translacja (przesunięcie) 31, 35
 wielokąt 118
 foremny 48, 118
 wkłęsły 48
 wypukły 48
 wielokrotność 17
 wielomian 43, 103

- dzielenie 44
nierozkładalny 45
pierwiastek 43, 44
rozkładalny 45, 106
- wierzchołek 41, 119
- współczynnik 39, 113
kierunkowy 97
- współrzędna 36, 40, 41, 89
- wyraz wolny 39
- wysokość 57, 101
- wzór 23, 25, 26
Brahmagupty 56
dwumianowy Newtona 45
Herona 55, 122
jawny 128
Picka 56
rekurencyjny 89
- skróconego mnożenia 45, 102, 123
- Viète'a 42, 103
- Z**
- zbiór 12, 42, 69, 107
część wspólna 77
dopełnienie 77
iloczyn 77
moc 107
podzbiór 77
przestrzeń 77
różnica 77
suma 77
- zdarzenie 68, 107
elementarne 107
- zmienna 101

„Pracuj tak, jakby wszystko zależało od Ciebie.”

św. Augustyn z Hippony (354-430)

PROGRAMTICA

Nauczanie z przygodą

Pozycja pt. „**Czego nie znajdziesz w tablicach maturalnych z matematyki?**” zawiera kilkadziesiąt mniej znanych i wykorzystywanych zagadnień, niejednokrotnie przewijających się w zadaniach podczas egzaminów dojrzałości z matematyki, a także podczas prac klasowych. Kompendium to może być wykorzystywane przez uczniów szkół średnich uczących się do sprawdzianów, egzaminów, ale również ich nauczycieli, którzy chcieliby lepiej przygotować do nich swoich podopiecznych.

O Autorze

Konstanty Dmochowski jest absolwentem Uniwersytetu im. Adama Mickiewicza w Poznaniu. Z wykształcenia nauczyciel matematyki oraz informatyki, zawodowo korepetytor i twórca materiałów dydaktycznych. Przygotowuje uczniów do egzaminu maturalnego, jednakże zdarza mu się pomagać także w zakresie analizy matematycznej i metod numerycznych.



ISBN 978-83-966226-2-4



9 788396 622624

 bookplan.pl