2.1. Koncepcja wartości obecnej i wartości przyszłej

Wartość pieniądza zmienia się w czasie. Ta sama kwota pieniężna ma inną wartość w teraźniejszości oraz w przyszłości.

Do obliczenia **przyszłej wartości pieniądza** (ang. *future value*) należy użyć wzoru, który zawiera jego wartość obecną (ang. *present value*) oraz stopę procentową, która uwzględnia oczekiwany wzrost wartości pieniądza w czasie.

$$FV = PV \cdot (1 + i), \tag{2.1}$$

gdzie:
FV – wartość przyszła pieniądza,
PV – wartość obecna pieniądza,
i – stopa procentowa dla okresu, dla którego obliczana jest wartość przyszła FV (okresowa stopa procentowa).

W praktyce na rynku bankowym stopy procentowe podawane są co do zasady w ujęciu rocznym (tabela 2.1).

Tabela 2.1. Nominalne stopy procentowe dla depozytów na rynku międzybankowym w dniu 28.10.2022

Lokata	Stopa procentowa (%)
Overnight (1 dzień)	6,60
TN (2 dni)	6,53
1W (1 tydzień)	6,75
2W (2 tygodnie)	6,81
1M (1 miesiąc)	6,92
3M (3 miesiące)	7,28
6M (6 miesięcy)	7,48
12M (12 miesięcy)	7,61

Źródło: (Stooq, 2022).

Chcąc korzystać ze wzoru (2.1), roczne nominale stopy procentowe należy przekształcić na okresowe stopy procentowe. Najczęstszym sposobem przeliczania rocznej stopy procentowej na okresową stopę procentową jest konwencja *act/act*[1]. Metoda *act/act* jest metodą obliczania mnożnika nominalnej rocznej

[1] *Act/act* jest skrótem od wyrażenia *actual/actual*. Innymi konwencjami naliczania odsetek są konwencje *30/360* i *act/360*. Pierwsza z nich, używana często przy inwestycjach (lokatach) miesięcznych lub będących wielokrotnością miesięcy, zakłada, że każdy miesiąc

stopy procentowej w celu obliczenia okresowej stopy zwrotu na podstawie (rzeczywistej) liczby dni inwestycji (lokaty) podzielonej przez (rzeczywistą) liczbę dni w roku:

$$i = i_{\text{roczna}} \cdot \frac{act}{act^*}, \tag{2.2}$$

gdzie:
i – okresowa stopa procentowa,
i_{roczna} – roczna nominalna stopa procentowa,
act – okres trwania inwestycji (lokaty),
act^* – liczba dni w roku (365 lub 366 dni).

Przykład 2.1 – obliczenie wartości przyszłej lokaty

Jeżeli dzisiaj wpłacę 100 000 PLN na lokatę jednodniową, to jaką kwotą będę dysponował jutro, jeżeli stopa procentowa *overnight* wynosi 6,60%?

Ponieważ stopa procentowa *overnight* jest zwyczajowo podawana jako roczna stopa procentowa, należy ją przekształcić w jednodniową (okresową) stopę procentową. Przyjmujemy, że lokata jest zakładana w roku, który ma 365 dni.

$$i = i_{\text{roczna}} \cdot \frac{act}{act^*} = 6{,}60\% \cdot \frac{1}{365}.$$

Dysponujemy zatem następującymi danymi:

PV = 100 000 PLN,
i = 6,60%/365.

Wartość przyszła lokaty obliczona zgodnie z formułą (2.1) wyniesie zatem:

$$FV = PV \cdot \left(1 + \frac{6{,}60\%}{365}\right) = 100\,018{,}08 \text{ PLN}.$$

Formuła (2.1), po odpowiednim przekształceniu, może zostać wykorzystana do obliczenia wartości obecnej, gdy znana jest kwota, jaką będziemy dysponować w przyszłości:

ma 30 dni w 360-dniowym roku. Druga jest wykorzystywana przy analizie finansowej instrumentów dyskontowych (bony skarbowe, weksle) i uwzględnia rzeczywistą liczbę dni inwestycji (lokaty) podzieloną przez 360 dni.

$$PV = \frac{FV}{1+i}. \tag{2.3}$$

Stopa procentowa, która jest wykorzystana do obliczenia wartości początkowej, nazywana jest **stopą dyskontową**.

Przykład 2.2 – porównanie wartości środków pieniężnych w czasie

Co ma większą wartość: 100 000 PLN dzisiaj, czy 115 000 PLN za rok?

Żeby odpowiedzieć na pytanie, co jest korzystniejsze, musimy obliczyć wartość obecną 115 000 PLN i porównać ją z kwotą 100 000 PLN (lub alternatywnie obliczyć wartość przyszłą 100 000 PLN za rok). Ze względu na to, że w przykładzie nie ma informacji na temat stopy dyskontowej, założymy, że będzie to stopa procentowa oferowana przez banki dla jednorocznych lokat, np. 7%. Dysponujemy zatem następującymi danymi:

FV = 115 000 PLN,
i = 7,00%.

Wartość obecna otrzymanej za rok kwoty wynoszącej 115 000 PLN, przy stopie dyskontowej równej 7%, wyniesie:

$$PV = \frac{FV}{1+7\%} = 107\ 476,64 \text{ PLN} > 100\ 000 \text{ PLN.}$$

Jak widać, przy pominięciu kwestii ryzyka związanego na przykład z kształtowaniem się poziomu inflacji czy stóp procentowych, 115 000 PLN za rok jest więcej warte niż 100 000 PLN dzisiaj.

2.2. Kapitalizacja i siła procentu składanego

Wyobraźmy sobie inwestycję w lokatę bankową. Dysponujemy kwotą, którą chcemy zainwestować (wartość bieżąca inwestycji). Bank informuje nas o stopie procentowej, której możemy oczekiwać, zakładając lokatę. Jej wysokość będzie wpływała na wielkość odsetek, które są dochodem z zainwestowanego kapitału. Odsetki powiększają wartość zainwestowanego kapitału. Mogą być kapitalizowane, co oznacza, że są okresowo naliczane od zainwestowanego kapitału i do niego doliczane. Do naliczenia odsetek w kolejnym okresie wykorzystana zostanie ustalona w umowie stopa procentowa oraz kwota inwestycji powiększona o odsetki naliczone w poprzednim okresie.

Jak już wspomniano, w praktyce stopy procentowe są podawane w ujęciu rocznym. Odsetki są jednak często kapitalizowane w okresach krótszych niż rok, na przykład co miesiąc lub co kwartał. Przy uwzględnieniu kapitalizacji odsetek, wzory (2.1) i (2.3) można przedstawić w postaci formuł (2.4) i (2.5):

$$FV = PV \cdot (1 + i / n)^{(nt)}, \tag{2.4}$$

$$PV = FV / (1 + i / n)^{(nt)}, \tag{2.5}$$

gdzie:
n – liczba okresów kapitalizacji odsetek w roku,
t – liczba lat,
i – roczna stopa procentowa.

Przykład 2.3 – obliczenie wartości przyszłej przy kapitalizacji odsetek

Jeżeli dzisiaj wpłacę 100 000 PLN na rachunek lokacyjny, to jaką kwotą będę dysponował za pięć lat, jeżeli roczna stopa procentowa wynosi 4%, a odsetki naliczane są co miesiąc?

Do rozwiązania tego problemu należy wykorzystać wzór na obliczenie wartości przyszłej (2.4). Dysponujemy następującymi danymi:

PV = 100 000 PLN,
i = 4%,
t = 5,
n = 12.

Wartość przyszła naszej lokaty wyniesie zatem:

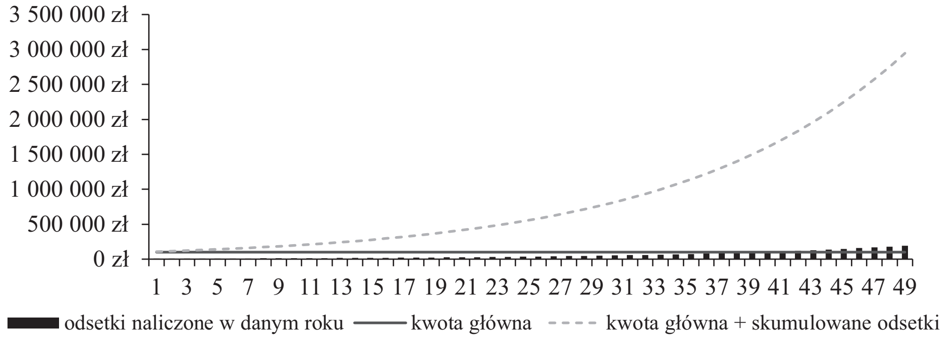
$$FV = PV \cdot (1 + i / n)^{nt} = 100\ 000 \cdot \left(1 + \frac{4\%}{12}\right)^{(5 \cdot 12)} = 122\ 099,66 \text{ PLN}.$$

Odsetki składane uwzględniają kapitalizację, czyli naliczanie odsetek od odsetek. Generowanie „odsetek od odsetek” sprawia, że pieniądze są pomnażane w przyspieszonym tempie. Im większa liczba okresów kapitalizacji, tym częściej odsetki są „składane”. Ma to bardzo duże znaczenie w przypadku oszczędzania, co pokazuje przykład 2.4.

Przykład 2.4 – obliczenie odsetek z lokaty

Załóżmy, że zainwestowaliśmy 100 000 PLN na lokacie oprocentowanej w skali roku w wysokości 7% na 50 lat. Ile będzie zgromadzone na koncie na koniec każdego roku w okresie jej trwania?

Oprocentowanie składane znacząco zwiększa zwrot z inwestycji w długim okresie. Na poniższym rysunku zaprezentowano kształtowanie się naliczanych w danym okresie (od 1 do 50) odsetek, a także skumulowane odsetki wraz z kwotą główną dla każdego okresu. Podczas gdy lokata w wysokości 100 000 PLN, która otrzymuje 7% odsetek rocznie, wzrośnie w ciągu 50 lat do kwoty 2 945 702,51 PLN, odsetki naliczone w pierwszym roku wyniosą 7000 PLN, ale odsetki naliczone w 50. roku aż 192 709,51 PLN. Odsetki w 50. roku są odsetkami składanymi obliczonymi od kwoty głównej (lokata) powiększonej o odsetki naliczane w każdym kolejnym roku.



Źródło: obliczenia własne.

W internecie krąży cytat przypisywany Albertowi Einsteinowi, który podobno nazwał procent składany największym wynalazkiem ludzkości. Miał on powiedzieć: „Procent składany to ósmy cud świata. Ci, którzy go rozumieją, zarabiają na nim. Ci, którzy nie rozumieją, muszą go zapłacić”. Należy jednak założyć, że nazwisko Einsteina zostało wykorzystane do zwrócenia uwagi na fenomen procentu składanego przez ekspertów od marketingu w branży finansowej. Prawdą jest jednak to, że legendarny inwestor Warren Buffett jako źródło swojego sukcesu często przywołuje siłę procentu składanego. Siłę odsetek składanych można porównać do efektu śnieżnej kuli, która zwiększa swą objętość, gdy stacza się z góry w dół. Znaczenie procentu składanego pokazuje również przykład 2.5.

Przykład 2.5 – obliczenie stopy zwrotu z inwestycji w akcje

Jaką kwotą dysponowałby inwestor giełdowy za 10 lat, jeżeli jego kapitał początkowy wynosi 10 000 PLN, przy założeniu, że w każdym miesiącu uzyskiwałby stopę zwrotu w wysokości: a) 2%, b) 3%, c) 5%, d) 10%?

Do rozwiązania tego problemu należy wykorzystać wzór (2.4) na wartość przyszłą. Dysponujemy następującymi danymi:

a dla drugiej ujemna. W dalszym kroku wykorzystujemy poznaną już wcześniej formułę (4.8) służącą do obliczenia przybliżonej wartości *IRR*, podstawiając do niej odpowiednie wartości:

$$IRR_a = i_1 + \frac{NPV_1 \cdot (i_2 - i_1)}{NPV_1 - NPV_2} = 10\% + \frac{9241{,}17 \cdot (11\% - 10\%)}{9241{,}17 + 1768{,}62} = 0{,}1 + 0{,}0084 = 10{,}84\%.$$

$i_1 = 10\%$ → poziom stopy dyskonta, dla której $NPV_1 = 9241{,}17$ PLN,
$i_2 = 11\%$ → poziom stopy dyskonta, dla której $NPV_2 = -1768{,}62$ PLN.

(iii) Obliczenia z wykorzystaniem programu Excel
Żeby obliczyć wartość *IRR* dla projektu w Excelu, należy:
1) Przejść na kartę **Formuły**.
2) Wybrać sekcję **Biblioteka funkcji**.
3) Wybrać format **Finansowe**.
4) Z listy opcji wybrać formułę ***IRR***.
5) W oknie dialogowym **Argumenty funkcji** w polu **Wartości** wpisać odwołanie do komórek zawierających wartości do obliczenia *IRR* (–400 000, 70 000, 100 000, 150 000, 120 000, 110 000).

Jak już wspomniano, *IRR* jest taką stopą dyskontową, dla której *NPV* jest równa zero. Pokazuje to poniższa tabela, w której zdyskontowano poszczególne płatności stopą procentową równą *IRR*, czyli stopą w wysokości dokładnie obliczonej w programie kalkulacyjnym, gdzie *IRR* = 10,83655…% (≈ 10,84%).

Rok	**Przepływy pieniężne (PLN)**			
	bieżące przepływy finansowe	**bieżące zdyskontowane przepływy stopą procentową *IRR***	**skumulowane zdyskontowane wpływy**	**skumulowane zdyskontowane przepływy finansowe**
0	–400 000	–400 000,00	0	–400 000,00
1	70 000	63 156,06	63 156,06	–336 843,94
2	100 000	81 401,81	144 557,87	–255 442,13
3	150 000	110 164,66	254 722,53	–145 277,47
4	120 000	79 515,05	334 237,58	–65 762,42
5	110 000	65 762,42	400 000,00	**0,00**

W analizowanym przykładzie wewnętrzna stopa zwrotu jest wyższa niż stopa dyskontowa (10,84% > 8%), zatem projekt można zaakceptować.

4.5. Indeks zyskowności

Indeks zyskowności nazywany jest również wskaźnikiem rentowności (ang. *profitibility index, PI*). Jest on ilorazem sumy zdyskontowanych wpływów oraz sumy zdyskontowanych wydatków:

$$PI = \frac{\sum_{n=0}^{t} \frac{\mathrm{CFIN}_n}{(1+r)^n}}{\sum_{n=0}^{t} \frac{\mathrm{CFOUT}_n}{(1+r)^n}}, \tag{4.9}$$

gdzie:

CFIN_n	– wpływy z inwestycji (wydatki) w kolejnych okresach obliczeniowych,
CFOUT_n	– nakłady inwestycyjne (wydatki) w kolejnych okresach obliczeniowych,
n	– kolejne okresy obliczeniowe; $n = 0, 1, 2, \ldots, t$.
i	– poziom stopy procentowej (dyskontowej).

Kryterium akceptacji:
***PI* > 1**

Indeks zyskowności jest miarą efektywności nakładów inwestycyjnych. W odróżnieniu od *NPV* nie uwzględnia efektów skali inwestycji, a jedynie miarę efektywności nakładów. Indeks zyskowności jest bowiem miarą względną (relatywną).

Projekt inwestycyjny należy zaakceptować, gdy indeks zyskowności jest większy od 1. Jego *NPV* jest wówczas większa od zera. Gdy projekt ma wartość mniejszą niż 1, jego *NPV* jest ujemna i w takiej sytuacji należy projekt odrzucić. Z konstrukcji indeksu zyskowności wynika, że jego wartość wynosi 1, gdy *NPV* = 0.

Ponieważ metoda obliczania wskaźnika zyskowności jest podobna do sposobu obliczania *NPV*, *PI* ma zalety (uwzględnienie wartości pieniądza w czasie oraz uwzględnienie wszystkich przepływów związanych z inwestycją) i wady (trudność w wyborze właściwej stopy dyskontowej, założenie reinwestowania przepływów po stopie dyskontowej) wskaźnika *NPV*.

Przykład 4.6 – analiza opłacalności projektu inwestycyjnego oparta na indeksie zyskowności

Oblicz indeks zyskowności dla projektu inwestycyjnego analizowanego w przykładach 4.1–4.5.

W celu obliczenia indeksu zyskowności należy podzielić wartość bieżącą wpływów (skumulowane zdyskontowane wpływy) przez wartość inwestycji. Ponieważ w projekcie występuje tylko jeden wydatek – w momencie rozpoczęcia projektu – jego wartość zaktualizowana jest równa nominalnej wartości tego przepływu pieniężnego.

Rok	Przepływy pieniężne (PLN)			
	bieżące przepływy	**bieżące zdyskontowane przepływy**	**skumulowane zdyskontowane wpływy**	**skumulowane zdyskontowane przepływy**
0	–400 000	**–400 000,00**	0	–400 000,00
1	70 000	64 814,81	64 814,81	–335 185,19
2	100 000	85 733,88	150 548,70	–249 451,30
3	150 000	119 074,84	269 623,53	–130 376,47
4	120 000	88 203,58	357 827,12	–42 172,88
5	110 000	74 864,15	**432 691,27**	32 691,27

$$PI = \frac{\sum_{n=0}^{t} \frac{\mathrm{CFIN}_n}{(1+r)^n}}{\sum_{n=0}^{t} \frac{\mathrm{CFOUT}_n}{(1+r)^n}} = \frac{432\,691,27}{400\,000} \approx 1,08.$$

Przy założeniu stopy dyskontowej w wysokości 8%, zdyskontowane wpływy są o około 8% większe od nakładów poniesionych na realizację projektu. Wartość wskaźnika jest większa od 1, zatem projekt można zaakceptować.

4.6. Zmodyfikowana stopa zwrotu

Zmodyfikowana stopa zwrotu (ang. *modified rate of return*, MIRR) to taka stopa dyskontowa, która zrównuje wartość bieżącą zdyskontowanych wydatków pieniężnych ze zaktualizowaną **wartością końcową** wpływów (ang. *terminal value*, *TV*), czyli jest dla niej spełniony warunek:

$$\sum_{n=0}^{t} \frac{\mathrm{CFOUT}_n}{(1+i)^n} = \frac{TV_t}{(1+\mathrm{MIRR})^n}, \tag{4.10}$$

gdzie:

CFOUT_n – nakłady inwestycyjne (wydatki) w kolejnych okresach obliczeniowych,

n – kolejne okresy obliczeniowe; $n = 0, 1, 2, \ldots, t$,

TV_t – wartość końcowa,

MIRR – zmodyfikowana wewnętrzna stopa zwrotu,

i – poziom stopy procentowej (dyskontowej).

Wartość końcowa jest przyszłą wartością wpływów pieniężnych występujących w czasie „życia" projektu, które są reinwestowane po **stopie reinwestycji *r*** (wzór (4.11)):

$$TV_t = \sum_{n=0}^{t} \mathrm{CFIN}_n \cdot (1+r)^{t-n}. \tag{4.11}$$

Zmodyfikowana wewnętrzna stopa zwrotu jest odmianą klasycznej wewnętrznej stopy zwrotu. Jedną od drugiej odróżnia poziom stopy reinwestycji dodatnich przepływów pieniężnych generowanych dzięki realizacji inwestycji. W przypadku metody *IRR* zakładamy reinwestowanie dodatnich przepływów pieniężnych ze stopą zwrotu równą *IRR*. Stopa reinwestycji w metodzie MIRR jest określona przez osobę przeprowadzającą analizę opłacalności projektu i powinna być zależna od uwarunkowań rynkowych. Gdy do analizy efektywności projektu przyjmiemy stopę reinwestycji równą *IRR*, wówczas MIRR wynosi tyle samo co *IRR*, co ilustruje przykład 4.7.

Kryterium akceptacji:
MIRR > stopa dyskontowa

Zmodyfikowana stopa zwrotu jest interpretowana podobnie jak *IRR*. Informuje o stopie zwrotu, którą możemy osiągnąć z zainwestowanego kapitału. Jeżeli jest ona większa od założonej stopy dyskontowej, którą jest zwykle koszt kapitału, to projekt powinien być realizowany. Stopa MIRR urealnia *IRR* poprzez zamienienie mało realnego założenia reinwestycji po stopie *IRR* bardziej rynkowym podejściem do reinwestycji. Eliminuje problemy związane ze stosowaniem *IRR*, które występują, gdy mamy do czynienia z wzajemnie wykluczającymi się projektami nietypowymi, o których traktuje następny rozdział.

Przykład 4.7 – analiza opłacalności projektu inwestycyjnego z wykorzystaniem MIRR

Oblicz *MIRR* dla projektu inwestycyjnego analizowanego w przykładach 4.1–4.6. Ile wynosi *MIRR*, jeżeli stopa reinwestycji wynosi: a) 10%, b) *IRR*, c) 8%? Czy projekt należy zaakceptować, jeżeli stopa dyskontowa wynosi 8%?

a) Stopa reinwestycji wynosi 10%
Sposób obliczania wartości końcowej pokazano w poniższej tabeli.

Rok	**Przepływy pieniężne (PLN)**		
	bieżące przepływy	**wartość przyszła (*FV*) wpływów reinwestowanych stopą procentową = 10%**	**wartość końcowa wpływów**
0	**–400 000**		
1	70 000	102 487,00	
2	100 000	133 100,00	
3	150 000	181 500,00	
4	120 000	132 000,00	
5	110 000	110 000,00	**659 087,00**

$$TV_t = \sum_{n=0}^{t} \mathrm{CFIN}_n \cdot (1+r)^{t-n} = 70\,000 \cdot (1+10\%)^{5-1} + 100\,000 \cdot (1+10\%)^{5-2} +$$

$$+150\,000 \cdot (1+10\%)^{5-3} + 120\,000 \cdot (1+10\%)^{5-4} + 110\,000 \cdot (1+10\%)^{5-5} =$$

$$= 659\,087{,}00 \text{ PLN}$$

$$\frac{659\,087{,}00}{(1+\mathrm{MIRR})^5} = 400\,000,$$

üüüüüü≈ > = *stopa dyskontowa*

Projekt należy zaakceptować, gdyż stopa MIRR jest wyższa od kosztu pozyskania kapitału na inwestycję.

b) Stopa reinwestycji równa jest *IRR* projektu
Jeżeli *IRR* będzie stopą reinwestycji (≈10,84% – przykład 4.5), to stopa MIRR będzie równa *IRR* ze względu na to, że przy obliczaniu *IRR* zakładamy reinwestowanie poszczególnych dodatnich przepływów stopą równą *IRR*[3], co pokazują obliczenia zamieszczone poniżej.

[3] W rzeczywistości gospodarczej, szczególnie w przypadku projektów bardzo zyskownych, rzadko zdarza się sposobność reinwestowania po stopie zwrotu możliwej do uzyskaniu dzięki realizacji tych projektów.

wyższą stopę zwrotu niż portfel *H* i dla osób chcących maksymalizować zysk z inwestycji mógłby być on portfelem pierwszego wyboru. Z inwestycją w portfel *K* związane jest jednak większe ryzyko niż w przypadku inwestycji w portfel *H*. Podobna sytuacja występuje, gdy porównamy inne portfele leżące na linii portfeli efektywnych. Jak widać, na rynkach finansowych istnieje **wymienność** (ang. *trade-off*) **pomiędzy ryzykiem i dochodem**. Porównując dwa portfele na linii efektywnej, zawsze będziemy mieli do czynienia z sytuacją, w której nie jesteśmy w stanie znaleźć portfela o lepszych parametrach jednocześnie w dwóch kategoriach: ryzyko i dochód. Mniejsze ryzyko jest związane z oczekiwanym mniejszym dochodem. Z kolei większemu dochodowi musi towarzyszyć większe ryzyko. Który portfel leżący na granicy efektywnej zatem wybrać? Który z nich jest **optymalny z punktu widzenia inwestora**?

W odpowiedzi na to pytanie pomogą nam przedstawione w rozdziale 6 dwie koncepcje: krzywych użyteczności oraz współczynnika zmienności.

Przy podejmowaniu decyzji inwestycyjnych ważną rolę odgrywają **indywidualne preferencje** inwestorów. Żeby przeanalizować kryteria wyboru portfela inwestycyjnego z punktu widzenia kombinacji oczekiwanego dochodu oraz ryzyka, należy wykorzystać pojęcie funkcji użyteczności inwestora. Dla przypomnienia, **funkcja użyteczności** określa inwestycje o tej samej użyteczności dla inwestora. Można ją zobrazować wzorem, który będzie jednak, co do zasady, inny dla każdego inwestora, ponieważ odzwierciedlać będzie jego preferencje w zakresie oczekiwanego dochodu oraz ryzyka, które jest w stanie zaakceptować. Każdy inwestor charakteryzuje się inną awersją do ryzyka i innymi oczekiwaniami w zakresie dochodu, ale każdy z nich dąży do maksymalizowania swojej użyteczności. Trzeba też pamiętać, że inwestor może się także kierować kryteriami wykraczającymi poza kryterium dochód – ryzyko. Ale nawet wówczas, gdy pominiemy inne kryteria niż oczekiwany zysk i towarzyszące mu ryzyko, które wpływają na decyzję inwestora (np. **wartości i zasady etyczne**), to i tak **nie jesteśmy w stanie obiektywnie wskazać, który portfel efektywny jest portfelem obiektywnie najlepszym**.

Przykład 7.7 – wybór portfela o najwyższej użyteczności

Załóżmy, że portfel *K* charakteryzuje się oczekiwaną stopą zwrotu w wysokości 20% przy ryzyku mierzonym odchyleniem standardowym 19%, podczas gdy portfel *H* – odpowiednio 16% (dochód) i 14% (ryzyko). Który portfel zostanie wybrany przez mającego dużą awersję do ryzyka inwestora (A) oraz oczekującego wysokich dochodów przy dużej akceptacji ryzyka inwestora (B), jeżeli ich funkcje użyteczności (U_A i U_B) opisane są wzorami:

$$U_A = R_A - 1{,}1 \cdot \sigma_A,$$

$$U_B = 1{,}5 \cdot R_B - \sigma_B .$$

Użyteczności obydwu portfeli obliczone są poniżej dla inwestorów A i B:

Inwestor A:

$$U_{KA} = 20\% - 1{,}1 \cdot 19\% = -0{,}9\%,$$

$$U_{HA} = 16\% - 1{,}1 \cdot 14\% = 0{,}6\%.$$

Inwestor B:

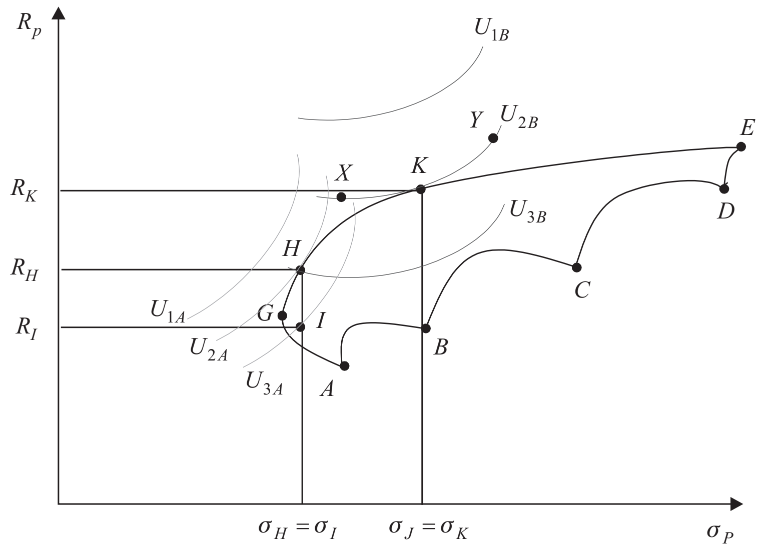
$$U_{KB} = 1{,}5 \cdot 20\% - 19\% = 11\% ,$$

$$U_{HB} = \text{üüüüüü} \ - \qquad =$$

Funkcja użyteczności dla inwestora A ma największą wartość w przypadku portfela H ($U_{HA} > U_{KA}$), z kolei dla inwertora B będzie to portfel K ($U_{KB} > U_{HB}$). Jak widać, wybierając najbardziej dla siebie odpowiednie inwestycje, inwestorzy mogą wybrać inne portfele, ponieważ kierują się inną awersją do ryzyka i inną chęcią zysku.

Nawiązując do przykładu 7.7, funkcje użyteczności inwestorów A i B można zilustrować krzywymi obojętności obrazującymi zależność dochód – ryzyko. Na rysunku 7.2 krzywe obojętności inwestora B są zaznaczone jako U_{1B}, U_{2B} i U_{3B}. Portfel K leży na krzywej U_{2B}, a portfel H na położonej niżej krzywej U_{3B}. Wprawdzie krzywa U_{1B} położona jest najwyżej i potencjalne inwestycje położone na niej miałyby największą użyteczność dla inwestora B, jednak żaden z możliwych do zainwestowania portfeli nie leży na niej. Portfel K jest najbardziej atrakcyjny z punktu widzenia maksymalizowania użyteczności (zadowolenia) inwestora B. Z kolei portfel H położony jest na krzywej U_{3B} i dla inwestora B ma mniejszą użyteczność od portfela K. Jest od niego mniej atrakcyjny. Warto również zwrócić uwagę na hipotetyczne (bo nie należą do zbioru możliwych inwestycji) portfele X i Y, które podobnie jak portfel K, mieszczą się na krzywej U_{2B}. Gdyby były w zasięgu inwestora, miałyby dla niego taką samą użyteczność. Inwestor A ma większą awersję do ryzyka w porównaniu z inwestorem B. Jego krzywa użyteczności (U_A) jest bardziej stroma od krzywych obojętności inwestora B. Spośród wszystkich portfeli dostępnych dla inwestora A, portfel H jest najbardziej atrakcyjny z punktu widzenia maksymalizacji jego użyteczności.

Czy można zobiektywizować wybór inwestycji? Próbą takiego podejścia jest zastosowanie w procedurze wyboru portfela koncepcji współczynnika zmien-



Rysunek 7.2. Krzywe obojętności inwestorów *A* i *B*

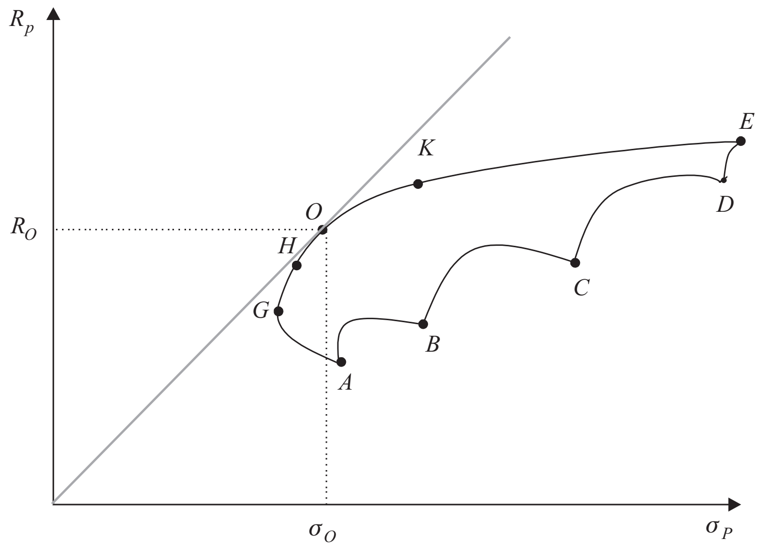
ności. Dla przypomnienia, **współczynnik zmienności** jest stosunkiem ryzyka (mierzonego miarą zmienności, którą jest w tym wypadku odchylenie standardowe) do oczekiwanej stopy zwrotu. Ponieważ na wykresie obrazującym zależność dochód – ryzyko, oczekiwaną stopę zwrotu zapisujemy na osi rzędnych, a ryzyko na osi odciętych, w dalszej części rozważań będziemy się posługiwać **odwrotnością współczynnika zmienności**, czyli **zyskiem względnym** (*W*):

$$W = \frac{1}{CV} = \frac{E(R)}{\sigma}. \tag{7.11}$$

Posługując się odwrotnością współczynnika zmienności, w celu wybrania optymalnej inwestycji będziemy maksymalizować jego wartość. Kryterium wyboru stanie się zatem maksymalizowanie oczekiwanej stopy zwrotu na jednostkę ryzyka mierzonego odchyleniem standardowym[7], przy założeniu, że ryzyko jest różne od zera.

Spośród portfeli leżących na krzywej efektywnej można wyznaczyć jeden portfel, który będzie miał najwyższą wartość zysku względnego. Będzie

[7] Należy pamiętać, że – nawiązując do wcześniejszych uwag – odwrotność współczynnika zmienności byłaby najlepszym sposobem wyboru projektu inwestycyjnego, gdyby wszyscy inwestorzy mieli takie same krzywe użyteczności i przypisywali ryzyku i stopie zwrotu taką samą wagę. Ponieważ tak nie jest, odwrotność współczynnika zmienności, tak jak sam współczynnik zmienności, należy traktować wyłącznie jako jedno z narzędzi wspierających podejmowanie decyzji inwestycyjnych.



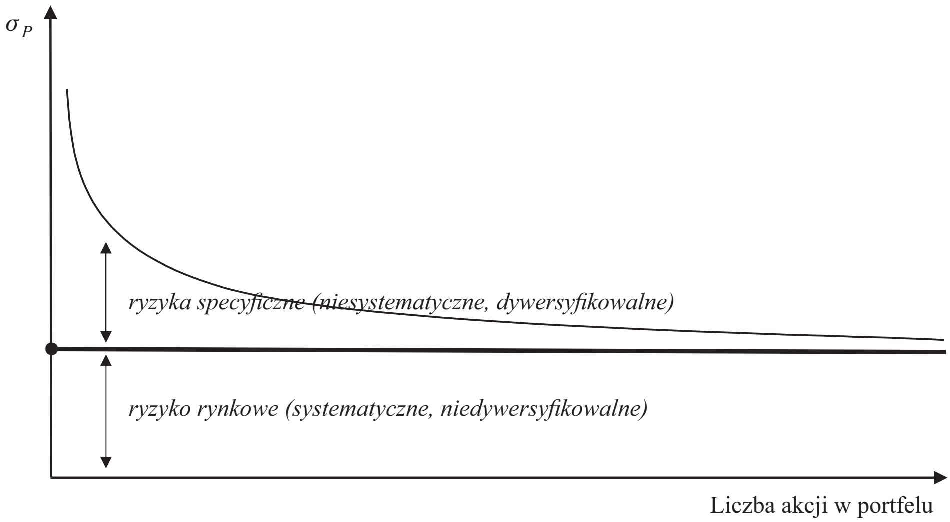
Rysunek 7.3. Wyznaczanie portfela optymalnego

to **portfel optymalny**, który zaznaczono na rysunku 7.3 jako portfel *O*. Można go znaleźć, kreśląc półproste wychodzące z punktu przecięcia się osi rzędnych i odciętych. Miejsce, w którym jedna z półprostych jest styczna do linii portfeli efektywnych, wyznacza portfel optymalny, dla którego relacja dochód – ryzyko jest najwyższa. Matematyczny sposób obliczania komponentów portfela optymalnego opisano w dalszej części niniejszego rozdziału.

7.5. Zarządzanie ryzykiem poprzez dywersyfikację portfela inwestycji

Racjonalny inwestor, który dąży do maksymalizacji swojego dochodu i minimalizacji ryzyka, realizuje strategię dywersyfikacji. Zwiększanie liczby nieskorelowanych dodatnio ze sobą w stopniu idealnym aktywów w portfelu przyczynia się do zmniejszania się ryzyka. Rysunek 7.4 przedstawia ryzyko portfela jako funkcję liczby inwestycji zawartych w tym portfelu.

Dywersyfikacja umożliwia wyeliminowanie części ryzyka, jednak istnieje granica korzyści z dywersyfikacji. Wynika to z tego, że ryzyko portfela dzieli się na ryzyko niepodlegające dywersyfikacji (ryzyko systematyczne, rynkowe) oraz ryzyko, które można znacząco zmniejszyć dzięki zwiększaniu liczby różnych aktywów w ramach posiadanego portfela (ryzyko niesystematyczne, specyficzne). Gdy



Rysunek 7.4. Związek pomiędzy liczbą składników portfela a kształtowaniem się jego ryzyka

liczba aktywów dąży do nieskończoności, jesteśmy w stanie wyeliminować ryzyko związane z poszczególnymi aktywami, ale nie możemy wyeliminować części ryzyka portfela. Ryzyko portfela (ryzyko systematyczne, ryzyko rynkowe) dąży do średniej kowariancji[8]. Niepodlegające dywersyfikacji ryzyko rynkowe odpowiada ryzyku wynikającemu z czynników, które wpływają na zachowanie wszystkich aktywów na rynku, w tym wchodzących w skład portfela. Systematycznymi czynnikami ryzyka będą na przykład zmiany stóp procentowych, ceny kluczowych towarów lub surowców, cykle koniunkturalne i zjawiska geopolityczne.

7.6. Wyznaczanie portfela optymalnego w praktyce

Załóżmy, że chcemy zbudować portfel inwestycyjny, w którego skład będą wchodzić wszystkie spółki z indeksu WIG-20[9], które w 2022 roku miały dodatnie stopy zwrotu. Nasz portfel inwestycyjny będzie zbudowany na założeniu

[8] Dowód na powyższe stwierdzenie zaprezentowano w aneksie 5.

[9] Indeks WIG-20 jest indeksem składającym się z 20 spółek o najwyższej kapitalizacji i najbardziej płynnych na Giełdzie Papierów Wartościowych w Warszawie, przy czym w indeksie może uczestniczyć maksymalnie pięć spółek z jednego sektora giełdowego. Jest obliczany od 16 kwietnia 1994 roku (wynosił wówczas 1000 pkt). Jest indeksem cenowym. Przy jego szacowaniu bierze się pod uwagę jedynie ceny zawartych transakcji, a nie uwzględnia się innych dochodów, na przykład z tytułu dywidend. Szczegółowy opis indeksu: GPW Benchmark (b.d.e).

nie dostawcom oraz inwestowanie w zapasy, sprzęt lub inne obszary kluczowe dla wzrostu.

Faktoring może występować **w formie pełnej** (bez regresu do faktoranta, tzn. wraz z cesją wierzytelności na faktora przechodzi ryzyko niewypłacalności dłużnika) oraz **niepełnej** (z regresem, tzn. bez przejęcia przez faktora ryzyka niewypłacalności dłużnika wobec faktora). Wyróżnia się dwie metody finansowania faktoranta: **metodę awansową** – przedsiębiorca otrzymuje od faktora zaliczkę na poczet odzyskanych wierzytelności – lub **metodę dyskontową** – faktor zakupuje wierzytelności przedsiębiorcy i odlicza od ceny zakupu stawkę dyskonta oraz opłatę za świadczone przez siebie usługi, a faktorant otrzymuje natychmiast środki pieniężne. Mechanizm transakcji faktoringowej w przypadku metody awansowej pokazano na rysunku 13.4, a obliczanie kosztu faktoringu w przykładzie 13.4.

Rysunek 13.4. Mechanizm transakcji faktoringowej (metoda awansowa)

Przykład 13.4 – obliczenie kosztu faktoringu

Spółka BNM zawarła umowę z firmą faktoringową, w wyniku której dokonała cesji swoich należności opiewających na kwotę 1,2 mln PLN. Umowa faktoringowa zawiera klauzulę zobowiązującą faktoranta do zapłaty spółce BNM 80% wierzytelności w momencie ich cesji. Pozostałe 20% zostanie zapłacone po spłacie zobowiązań przez dłużnika (przedsiębiorstwo ASD), co zgodnie z umową z ASD powinno nastąpić w ciągu 30 dni od podpisanej umowy. Prowizja firmy faktoringowej wynosi 0,75% (od całej kwoty podlegającej faktoringowi, tj. 1,2 mln PLN), a firma faktoringowa wymaga dyskonta w wysokości 2% kwoty wcześniejszej płatności (80% z 1,2 mln PLN). Zarówno dyskonto, jak i prowizja płatne są z góry. Jaki jest efektywny koszt faktoringu dla spółki BNM?

Spółka BNM otrzyma od faktoranta (w momencie $t = 0$) umówioną kwotę (80% wierzytelności) pomniejszoną o prowizję $(0,75\% \cdot 1\,200\,000)$ oraz dyskonto $(2\% \cdot 1\,200\,000 \cdot 80\%)$:

$$\text{wartość otrzymanej płatności}\,(t = 0) =$$
$$= 1\,200\,000 \cdot 80\% - 0,75\% \cdot 1\,200\,000 - 2\% \cdot 1\,200\,000 \cdot 80\% =$$
$$= 960\,000 - 9000 - 19\,200 = 931\,800 \text{ PLN}.$$

Za 30 dni BNM otrzyma resztę wierzytelności, czyli 240 000 PLN (20% z kwoty 1,2 mln PLN). Porównując to z sytuacją wyjściową (sprzed zawarcia umowy faktoringowej), możemy stwierdzić, że spółka BNM uzyskała przyspieszenie płatności w kwocie 960 000 PLN (1 200 000 PLN – 240 000 PLN) za cenę równą 28 200 PLN (960 000 PLN + – 931 800 PLN) płaconą z góry. Odpowiada to zaciągnięciu kredytu na okres 30 dni w wysokości 931 800 PLN z odsetkami płaconymi na koniec okresu w wysokości 28 200 PLN. Efektywny koszt faktoringu wynosi zatem:

$$k = \left(\frac{960\,000}{931\,800}\right)^{\frac{365}{30}} - 1 = \left(1 + \frac{28\,200}{931\,800}\right)^{\frac{365}{30}} - 1 = 43,73\%.$$

13.4. Zarządzanie cyklem konwersji zapasów

Zarządzanie cyklem konwersji zapasów polega na minimalizowaniu czasu i zasobów związanych z zapasami. Skuteczna kontrola zapasów pomaga zmniejszyć wielkość kapitału w nich unieruchomionego (zamrożonego). Efektywne zarządzanie cyklem konwersji zapasów poprawia przepływy pieniężne, zmniejsza koszty prowadzenia działalności i poprawia ogólną wydajność operacyjną.

Przedsiębiorstwa mogą wdrażać różne techniki optymalizacji zapasów i negocjować korzystne warunki z dostawcami w celu zminimalizowania poziomu zapasów. Kluczowe aspekty efektywnego zarządzania rotacją zapasów obejmują:

– prognozowanie popytu i planowanie produkcji – na podstawie analizy danych historycznych oraz aktualnych i przewidywanych trendów rynkowych przedsiębiorstwa mogą określić optymalne poziomy zapasów i dostosować je do przewidywanych wielkości sprzedaży;
– zapewnienie niezawodnego i wydajnego łańcucha dostaw – budowanie silnych relacji z dostawcami, dywersyfikacja dostawców, wdrażanie planów awaryjnych i posiadanie alternatywnych opcji ma kluczowe znaczenie dla zminimalizowania zakłóceń w łańcuchu dostaw; na wydajność łańcucha

może znacząco wpłynąć także wybór odpowiednich środków transportu, przewoźników i tras;
– negocjowanie korzystnych warunków z dostawcami w celu zminimalizowania kosztów oraz zapewnienia niezawodnego i wydajnego przepływu towarów i usług;
– ustalenie kluczowych wskaźników związanych z wydajnością zarządzania zapasami i regularne ich monitorowanie w celu identyfikacji obszarów wymagających poprawy;
– wykorzystanie narzędzi i technik zarządzania zapasami w celu zminimalizowania kosztów utrzymywania zapasów przy jednoczesnym zapewnieniu ich dostępności takich jak system zarządzania zapasami *just-in-time* (JIT)[4], *just-in-case* (JIC)[5], analiza ABC[6], systemy VMI[7] (zapasy zarządzane przez dostawcę) czy klasyczna ekonomiczna wielkość zamówienia (ang. *economic order quantity*, EOQ).

Metoda EOQ jest jednym z powszechnie stosowanych modeli zarządzania zapasami, które przedsiębiorstwa mogą wykorzystywać do optymalizacji poziomu zapasów i poprawy wydajności łańcucha dostaw[8]. W modelu tym przyjmuje się, że przedsiębiorstwo w swojej polityce zarządzania zapasami jest w stanie określić optymalną wielkość dostawy, przy której minimalizowane są całkowite koszty zapasów. Ponadto przyjmuje się założenie, że maksymalna wielkość zapasów zmniejsza się liniowo do minimalnego ich poziomu akceptowalnego przez przedsiębiorstwo. Po uzyskaniu tego poziomu, co do którego w modelu dla uproszczenia przyjmuje się, że wynosi zero, przywraca się optymalną wiel-

---

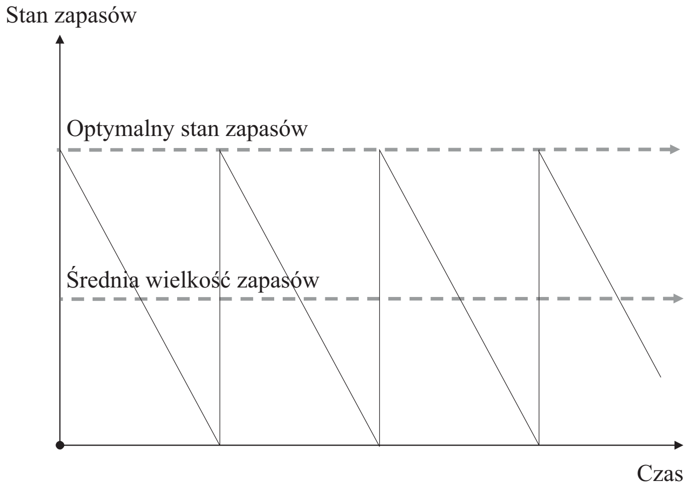
[4] *Just-in-time* to koncepcja zarządzania zapasami, której celem jest minimalizacja poziomu zapasów poprzez synchronizację produkcji i dostaw z zapotrzebowaniem klientów.

[5] *Just-in-case* to podejście do zarządzania zapasami, w którym wyższe poziomy zapasów są utrzymywane jako środek zapobiegawczy, aby poradzić sobie z nieoczekiwanymi zakłóceniami lub skokami popytu. Przedkłada ograniczenie ryzyka nad efektywność kosztową i jest powszechnie stosowane w branżach, w których braki zapasów mogą mieć poważne konsekwencje (np. opieka zdrowotna).

[6] Analiza ABC kategoryzuje pozycje zapasów na podstawie ich wartości i ważności. Klasyfikuje pozycje na trzy kategorie: A, B i C. Pozycje kategorii A to pozycje krytyczne o dużej wartości, które wymagają ścisłego monitorowania i kontroli. Pozycje kategorii B mają umiarkowaną wartość i są zarządzane z mniejszą kontrolą. Przedmioty kategorii C to przedmioty o niskiej wartości, mniej krytyczne, które wymagają minimalnej uwagi. Ta klasyfikacja pomaga ustalać priorytety w zakresie zarządzania zapasami i efektywnie alokować zasoby.

[7] Systemy VMI (ang. *vendor-managed inventory*) to podejście do zarządzania zapasami, w którym dostawca bierze odpowiedzialność za zarządzanie poziomami zapasów w lokalizacji klienta. Dostawca stale monitoruje zapasy i w razie potrzeby inicjuje zamówienia w celu ich uzupełnienia.

[8] Model ten został opracowany przez Forda W. Harrisa w 1913 roku. Autor opublikował go w artykule *How many parts to make at once* w czasopiśmie *Operations Research* (Harris, 1990).



Rysunek 13.5. Zmiany stanu zapasów w przedsiębiorstwie

kość zapasów[9]. Cykl zmian stanu zapasów w przedsiębiorstwie zilustrowano na rysunku 13.5.

Z posiadaniem zapasów są związane koszty zakupu, koszty utrzymania zapasów oraz koszty ich zamówień. Mogą one być opisane następującymi wzorami:

$$koszt\ zakupu\ zapasów = P \cdot S, \tag{13.4}$$

$$koszt\ zamówienia\ zapasów = \frac{S}{Q} \cdot C, \tag{13.5}$$

$$koszt\ utrzymania\ zapasów = \frac{Q}{2} \cdot P \cdot F, \tag{13.6}$$

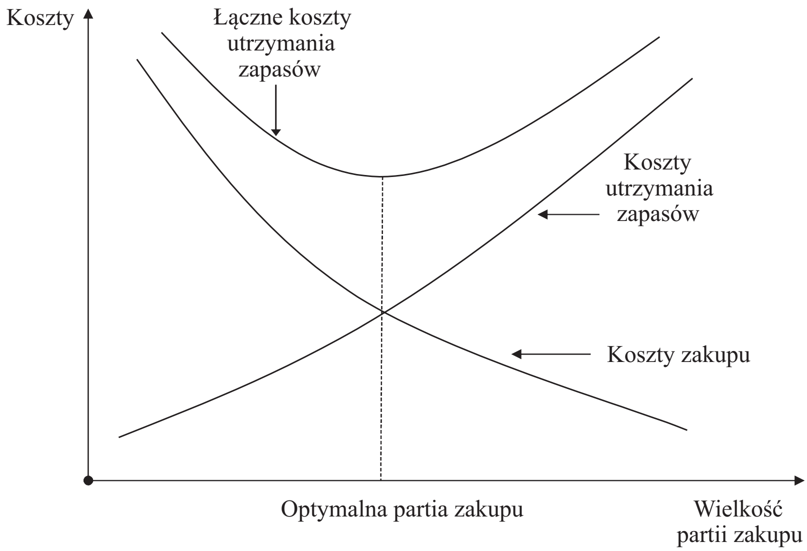
gdzie:
P – koszt zakupu jednostki zapasów (lub koszt wytworzenia jednostki zapasów),
S – roczna wielkość sprzedaży (w sztukach),
Q – maksymalna wielkość zapasów,
F – koszt utrzymania jednostki zapasów (jako procent kosztu zakupu jednostki zapasów),
C – koszt złożenia jednego zamówienia.

[9] W modelu przyjmuje się założenia upraszczające: (i) popyt na wytwarzane produkty jest stały i przewidywalny, (ii) dostawa zapasów jest niezakłócona i zachodzi natychmiast po ich zamówieniu, (iii) koszt jednostkowy zamówienia jest stały.

Całkowity koszt zapasów *TC* jest sumą kosztów zakupu, kosztów zamówień zapasów i kosztów utrzymania zapasów:

$$TC = P \cdot S + \frac{S}{Q} \cdot C + \frac{Q}{2} \cdot P \cdot F. \qquad (13.7)$$

Kształtowanie się całkowitych kosztów związanych z utrzymaniem i zamówieniami zapasów w przedsiębiorstwie zilustrowano na rysunku 13.6. Optymalny stan zapasów w przedsiębiorstwie powinien odpowiadać takiemu ich stanowi, przy którym całkowity koszt utrzymania zapasów jest najniższy.



Rysunek 13.6. Kształtowanie się kosztów związanych z zapasami

W celu obliczenia optymalnej wielkości zamówienia (minimum funkcji kosztów związanych z utrzymaniem i zamówieniami zapasów) należy zróżniczkować równanie (13.7) względem *Q* i przyrównać je do zera:

$$\frac{dTC(Q)}{dQ} = \frac{d}{dQ}\left(P \cdot S + \frac{S}{Q} \cdot C + \frac{Q}{2} \cdot P \cdot F\right) = 0.$$

Wynik różniczkowania jest następujący:

$$\frac{P \cdot F}{2} - \frac{C \cdot S}{Q^2} = 0.$$