



**Stefan Wiśniewski**  
**Tomasz S. Wiśniewski**

---

# **Wymiana ciepła**

Wydawnictwo WNT



# **Wymiana ciepła**





---

**Stefan Wiśniewski**  
**Tomasz S. Wiśniewski**

---

# **Wymiana ciepła**

Wydanie szóste

Opiniodawca *prof. dr hab. inż. Jarosław Mikieliewicz*

Redaktor *Elżbieta Czarzasta*

Okładkę i strony tytułowe projektował *Przemysław Spiechowski*

Skład i łamanie *Tomasz S. Wiśniewski*

Wydawca *Karol Zawadzki*

Książka, którą nabyłeś, jest dziełem twórcy i wydawcy. Prosimy, abyś przestrzegał praw, jakie im przysługują. Jej zawartość możesz udostępnić nieodpłatnie osobom bliskim lub osobiście znanym. Ale nie publikuj jej w internecie. Jeśli cytujesz jej fragmenty, nie zmieniaj ich treści i koniecznie zaznacz, czyje to dzieło. A kopiując jej część, rób to jedynie na użytek osobisty.

Szanujmy cudzą własność i prawo.

Więcej na [www.legalnakultura.pl](http://www.legalnakultura.pl)

*Polska Izba Książki*

Copyright © by Wydawnictwo WNT

Warszawa 1964, 1988, 1994, 1997, 2000, 2012

Copyright © by Wydawnictwo Naukowe PWN SA

Warszawa 2017

ISBN 978-83-01-19443-7

Wydanie VI – 1 dodruk (PWN)

Warszawa 2017

Wydawnictwo Naukowe PWN SA

02-460 Warszawa, ul. Gottlieba Daimlera 2

tel. 22 69 54 321, faks 22 69 54 288

infolinia 801 33 33 88

e-mail: [pwn@pwn.com.pl](mailto:pwn@pwn.com.pl); [reklama@pwn.pl](mailto:reklama@pwn.pl)

[www.pwn.pl](http://www.pwn.pl)

Druk i oprawa: OSDW Azymut Sp. z o.o.

# Spis treści

Przedmowa.....	9
Wykaz oznaczeń.....	11
Liczby podobieństwa.....	15

## 1.

Podstawowe prawa przewodzenia ciepła.....	17
1.1. Rodzaje wymiany ciepła.....	17
1.2. Sposoby badania problemów wymiany ciepła.....	20
1.3. Przewodzenie ciepła w ciałach stałych.....	22
1.4. Równanie różniczkowe przewodzenia ciepła w ciałach stałych i warunki jednoznaczności jego rozwiązania.....	25
1.5. Bezwymiarowa postać równania różniczkowego przewodzenia ciepła.....	32
1.6. Właściwości termofizyczne ciał stałych.....	33

## 2.

Ustalone przewodzenie ciepła w ciałach stałych.....	37
2.1. Ustalone przewodzenie ciepła przez ściankę płaską.....	37
2.2. Ustalone przewodzenie ciepła przez ściankę walcową.....	43
2.3. Wymiana ciepła przez pręty.....	48
2.4. Wymiana ciepła przez żebra.....	51
2.5. Ustalone przewodzenie ciepła przy istnieniu wewnętrznych źródeł ciepła w ściance płaskiej i walcu.....	57
2.6. Analityczne metody rozwiązywania zagadnień dwuwymiarowych ustalonych pól temperatury.....	63
2.7. Numeryczne metody rozwiązywania zagadnień ustalonego przewodzenia ciepła.....	75
2.8. Przykłady obliczeniowe.....	90

### 3.

Nieustalone przewodzenie ciepła .....	97
3.1. Analityczne metody rozwiązywania zagadnień nieustalonych pól temperatury .....	97
3.2. Ochładzanie lub ogrzewanie ciał o małym oporze przewodzenia ciepła.....	124
3.3. Przewodzenie ciepła przy okresowo zmiennym warunku brzegowym .....	129
3.4. Numeryczne metody rozwiązywania zagadnień nieustalonego przewodzenia ciepła .....	138
3.5. Przykłady obliczeniowe.....	153

### 4.

Podstawy przejmowania ciepła.....	159
4.1. Rodzaje przejmowania ciepła.....	159
4.2. Właściwości termofizyczne płynów.....	162
4.3. Równania różniczkowe opisujące konwekcyjną wymianę ciepła.....	166
4.4. Równania różniczkowe opisujące przepływ turbulentny .....	170
4.5. Zastosowanie teorii podobieństwa do zagadnień przejmowania ciepła.....	174

### 5.

Przejmowanie ciepła przy wymuszonym opływie ciał .....	181
5.1. Hydrodynamiczna warstwa przyścienna na powierzchni płaskiej .....	181
5.2. Przejmowanie ciepła przy laminarnej warstwie przyściennej na powierzchni płaskiej.....	192
5.3. Przejmowanie ciepła przy turbulentej warstwie przyściennej na powierzchni płaskiej.....	202
5.4. Przejmowanie ciepła na powierzchni walca i kuli .....	210
5.5. Przejmowanie ciepła w złożach nieruchomych.....	217
5.6. Przejmowanie ciepła w złożach fluidalnych .....	218
5.7. Przejmowanie ciepła przy poprzecznym opływie pęczków rur .....	221
5.8. Przykłady obliczeniowe.....	227

### 6.

Przejmowanie ciepła przy przepływie wymuszonym przez kanały .....	231
6.1. Ogólna charakterystyka przepływu płynu przez kanały .....	231
6.2. Przejmowanie ciepła przy przepływie laminarnym przez rury okrągłe.....	238
6.3. Przejmowanie ciepła przy przepływie turbulentnym przez rury okrągłe.....	246
6.4. Przejmowanie ciepła przy przepływie przez kanały niekołowe .....	256
6.5. Przykład obliczeniowy .....	263

## 7.

Przejmowanie ciepła przy konwekcji swobodnej .....	265
7.1. Podstawowe równania dla konwekcji swobodnej .....	265
7.2. Przejmowanie ciepła na powierzchni pionowej płyty płaskiej przy konwekcji swobodnej.....	268
7.3. Przejmowanie ciepła przez ciała o różnych kształtach przy konwekcji swobodnej w nieograniczonej przestrzeni.....	278
7.4. Konwekcja swobodna między równoległymi powierzchniami płaskimi .....	281
7.5. Konwekcja swobodna w przestrzeniach zamkniętych .....	286
7.6. Konwekcja mieszana .....	287
7.7. Przykłady obliczeniowe.....	291

## 8.

Przejmowanie ciepła przy kondensacji pary .....	294
8.1. Ogólna charakterystyka przejmowania ciepła przy kondensacji pary .....	294
8.2. Przejmowanie ciepła przy kondensacji błonkowej na powierzchni pionowej.....	297
8.3. Przejmowanie ciepła przy kondensacji błonkowej na powierzchni zewnętrznej poziomych rur .....	307
8.4. Przejmowanie ciepła przy kondensacji błonkowej pary wewnątrz rur .....	310
8.5. Przejmowanie ciepła przy kondensacji pary przegrzanej i kondensacji pary w roztworze z gazem nie skraplającym się.....	311
8.6. Przejmowanie ciepła przy kondensacji kropłowej.....	313
8.7. Przykład obliczeniowy .....	317

## 9.

Przejmowanie ciepła przy wrzeniu .....	321
9.1. Rodzaje wrzenia .....	321
9.2. Powstawanie i wzrost pęcherzyków pary .....	323
9.3. Przejmowanie ciepła przy wrzeniu pęcherzykowym w warunkach konwekcji swobodnej.....	331
9.4. Przejmowanie ciepła przy wrzeniu błonkowym .....	334
9.5. Przejmowanie ciepła przy wrzeniu pęcherzykowym podczas konwekcji wymuszonej w kanałach .....	339
9.6. Przykład obliczeniowy .....	343

## 10.

Wymiana ciepła przez promieniowanie.....	345
10.1. Podstawowe prawa promieniowania termicznego.....	345



10.2. Promieniowanie ciała doskonale czarnego .....	348
10.3. Właściwości radiacyjne powierzchni ciał stałych.....	353
10.4. Wymiana ciepła przez promieniowanie między równoległymi powierzchniami płaskimi .....	358
10.5. Wymiana ciepła przez promieniowanie między powierzchnią niewklęsłą a powierzchnią ją otaczającą.....	363
10.6. Wymiana ciepła przez promieniowanie między dowolnie położonymi, izotermicznymi powierzchniami ciał doskonale czarnych .....	366
10.7. Współczynniki konfiguracji .....	371
10.8. Wymiana ciepła przez promieniowanie między powierzchniami szarymi .....	375
10.9. Wymiana ciepła przez promieniowanie między gazem a powierzchniami ciała stałego.....	378
10.10. Przykłady obliczeniowe.....	386

## 11.

Wymienniki ciepła .....	393
11.1. Rodzaje wymienników ciepła .....	393
11.2. Średnia różnica temperatur czynników w rekuperatorach.....	394
11.3. Końcowe temperatury czynników w rekuperatorach.....	398
11.4. Efektywność rekuperatorów .....	403
11.5. Wymiana ciepła w elementach Fielda .....	405
11.6. Uproszczona teoria regeneratorów ciepła .....	409
11.7. Rury cieplne .....	413
11.8. Przykład obliczeniowy .....	419
Bibliografia .....	422
Tablice ogólne i wykresy.....	423
Skorowidz .....	443

# Przedmowa

Wymiana ciepła występuje wszędzie tam, gdzie są różnice temperatury. Jest więc zjawiskiem powszechnym w technice i przyrodzie. Umiejętność obliczania ilości wymienianego ciepła i maksymalnych temperatur ma zasadnicze znaczenie dla projektowania i eksploataowania silników cieplnych oraz wielu urządzeń w energetyce cieplnej, chłodnictwie, przemyśle chemicznym i spożywczym czy budownictwie.

Wymiana ciepła jest realizowana na trzy różne pod względem fizycznym sposoby: przewodzenie ciepła, konwekcję, wymianę ciepła przez promieniowanie. W związku z burzliwym rozwojem teorii wymiany ciepła w ostatnich latach każdy z jej działów ma obecnie obszernie opracowania monograficzne, a jej wykład akademicki przybiera ujęcie klasyczne.

Niniejsza książka została opracowana jako podręcznik do wykładu wprowadzającego w problematykę wymiany ciepła. Z tej przyczyny ma ograniczoną objętość i zawiera tylko podstawowe zagadnienia wymiany ciepła, ilustrowane przykładami ułatwiającymi ich opanowanie i lepsze zrozumienie oraz dającymi pojęcie o rzędzie wartości wielkości występujących w dziedzinie wymiany ciepła. Jest to w zasadzie podręcznik dla studentów wydziałów mechanicznych i energetycznych oraz inżynierii sanitarnej politechnik, lecz może być również wykorzystywany na innych kierunkach związanych z techniką cieplną. Będzie też przydatny dla inżynierów rozwiązujących praktyczne problemy wymiany ciepła.



# Wykaz oznaczeń

- $a$  – absorpcyjność
- $a$  – dyfuzyjność termiczna (współczynnik wyrównywania temperatury),  $\frac{\text{m}^2}{\text{s}}$
- $A$  – pole powierzchni,  $\text{m}^2$
- $c$  – prędkość światła,  $\frac{\text{m}}{\text{s}}$
- $c_f$  – współczynnik oporu
- $c_p$  – ciepło właściwe przy stałym ciśnieniu,  $\frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$
- $c_v$  – ciepło właściwe przy stałej objętości,  $\frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$
- $C_c$  – stała promieniowania ciała doskonale czarnego,  $\frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}^4}$
- $d$  – średnica, m
- $\dot{e}$  – gęstość strumienia emisji,  $\frac{\text{W}}{\text{m}^2}$
- $\dot{E}$  – strumień emisji, W
- $f$  – funkcja Blasiusa
- $F$  – siła, N
- $g$  – przyspieszenie grawitacyjne,  $\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$
- $h$  – entalpia właściwa,  $\frac{\text{J}}{\text{kg}}$
- $\dot{h}$  – gęstość strumienia jasności,  $\frac{\text{W}}{\text{m}^2}$
- $h$  – wysokość, m
- $h$  – stała Plancka, J·s
- $\dot{H}$  – strumień jasności, W
- $I$  – intensywność promieniowania,  $\frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{sr}}$

- $k$  – stała Boltzmana,  $\frac{\text{J}}{\text{K}}$   
 $k$  – tempo chłodzenia,  $\frac{1}{\text{s}}$   
 $k$  – współczynnik przenikania ciepła,  $\frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}}$   
 $l$  – długość, m  
 $\dot{m}$  – strumień masy,  $\frac{\text{kg}}{\text{s}}$   
 $M$  – masa molowa,  $\frac{\text{kg}}{\text{kmol}}$   
 $M$  – odwrotność numerycznej liczby Fouriera  
 $n$  – współczynnik załamania światła  
 $p$  – ciśnienie, Pa  
 $q$  – gęstość strumienia ciepła,  $\frac{\text{W}}{\text{m}^2}$   
 $q_v$  – wydajność wewnętrznych źródeł ciepła,  $\frac{\text{W}}{\text{m}^3}$   
 $\dot{Q}$  – strumień ciepła, W  
 $Q$  – ciepło, J  
 $r$  – ciepło parowania,  $\frac{\text{J}}{\text{kg}}$   
 $r$  – opór cieplny właściwy,  $\frac{\text{m}^2 \cdot \text{K}}{\text{W}}$   
 $r$  – promień, m  
 $r$  – współczynnik odzyskania temperatury  
 $R$  – opór cieplny,  $\frac{\text{K}}{\text{W}}$   
 $t$  – czas, s  
 $T$  – temperatura bezwzględna, K  
 $v$  – objętość właściwa,  $\frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$   
 $V$  – objętość,  $\text{m}^3$   
 $w$  – prędkość,  $\frac{\text{m}}{\text{s}}$   
 $\alpha$  – współczynnik przejmowania ciepła,  $\frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}}$   
 $\beta$  – współczynnik rozszerzalności objętościowej,  $\frac{1}{\text{K}}$   
 $\delta$  – grubość ścianki, grubość warstwy przyściennej, m  
 $\varepsilon$  – emisyjność  
 $\vartheta$  – nadwyżka temperatury, K  
 $\bar{\vartheta}$  – bezwymiarowa nadwyżka temperatury

- $\kappa$  – stosunek ciepła właściwego  $c_p$  do  $c_v$  (wykładnik izentropy)
- $\lambda$  – długość fali, m
- $\lambda$  – współczynnik przewodzenia ciepła,  $\frac{W}{m \cdot K}$
- $\mu$  – współczynnik lepkości dynamicznej,  $\frac{kg}{m \cdot s}$
- $\nu$  – częstotliwość,  $\frac{1}{s}$
- $\nu$  – współczynnik lepkości kinematycznej,  $\frac{m^2}{s}$
- $\rho$  – gęstość,  $\frac{kg}{m^3}$
- $\sigma$  – napięcie powierzchniowe,  $\frac{N}{m}$
- $\sigma$  – stała promieniowania ciała doskonale czarnego,  $\frac{W}{m^2 \cdot K^4}$
- $\tau$  – grubość optyczna, m
- $\tau$  – naprężenie lepkości,  $\frac{N}{m^2}$
- $\varphi$  – współczynnik konfiguracji
- $\phi$  – potencjał
- $\omega$  – kąt bryłowy, sr



# Liczby podobieństwa

$$\text{Archimedes} - \text{Ar} = \frac{gl^3 \Delta\rho}{v^2 \rho}$$

$$\text{Biota} - \text{Bi} = \frac{\alpha l}{\lambda_s} \quad (\lambda_s \text{ dla ciała stałego})$$

$$\text{Eulera} - \text{Eu} = \frac{\Delta p}{\rho w^2}$$

$$\text{Fouriera} - \text{Fo} = \frac{at}{l^2}$$

$$\text{Froude'a} - \text{Fr} = \frac{gl}{w^2}$$

$$\text{Galileusza} - \text{Ga} = \frac{gl^3}{v^2} = \text{Fr Re}^2$$

$$\text{Grashofa} - \text{Gr} = \frac{gl^3}{v^2} \beta \Delta T$$

$$\text{Macha} - \text{Ma} = \frac{w}{a} \quad (a - \text{prędkość dźwięku})$$

$$\text{Nusselta} - \text{Nu} = \frac{\alpha l}{\lambda_p} \quad (\lambda_p \text{ dla płynu})$$

$$\text{Pécleta} - \text{Pe} = \frac{wl}{a} = \text{Re Pr}$$

$$\text{Prandtla} - \text{Pr} = \frac{\nu}{a} = \frac{\text{Pe}}{\text{Re}}$$

$$\text{Rayleigha} - \text{Ra} = \frac{gl^3 \beta \Delta T}{va} = \text{Gr Pr}$$

$$\text{Reynoldsa} - \text{Re} = \frac{wl}{v}$$



$$\text{Stantona} - \text{St} = \frac{\alpha}{\rho c_p w} = \frac{\text{Nu}}{\text{Pe}} = \frac{\text{Nu}}{\text{Re Pr}}$$

$$\text{Strouhala (równoczesności)} - \text{Str} = \frac{wf}{l}$$

# 1. Podstawowe prawa przewodzenia ciepła

## 1.1. Rodzaje wymiany ciepła

Działanie otoczenia na układ termodynamiczny nazywane jest *pracą*, jeżeli wynik tego działania można sprowadzić tylko do zmiany położenia ciężaru, znajdującego się poza układem, względem poziomego odniesienia. Działania otoczenia na układ zamknięty, które nie mogą być zaliczane do różnego rodzaju prac, są nazywane w termodynamice *zewnątrznym ciepłem układu*, a sposób w jaki jest przekazywane to ciepło *wymianą ciepła*, przepływem ciepła lub przenoszeniem ciepła. W układach otwartych energia jest przekazywana również przez granice układu wraz z przepływem substancji w postaci energii kinetycznej, potencjalnej lub entalpii, zwanej często w technice *energiją cieplną*.

*Dyssypacja* (rozpraszanie) pracy lub energii całkowicie zamienialnej w pracę prowadzi do takich samych skutków dotyczących wzrostu energii wewnętrznej (lub entalpii) i entropii, jak doprowadzanie ciepła z zewnątrz do układu. Z tej przyczyny praca lub energia dyssypowana wewnątrz układu jest nazywana *ciepłem dyssypacji pracy* i występuje w wymianie ciepła w postaci wewnętrznych *źródeł ciepła* wynikających z rozpraszania energii mechanicznej (ciepło tarcia), elektrycznej (ciepło Joule'a) lub z występowania reakcji chemicznych.

W przypadku gdy zjawiska wymiany ciepła zmieniają się w miarę upływu czasu, występuje *nieustalona wymiana ciepła*, a gdy nie zmieniają się w czasie – *ustalona wymiana ciepła*.

Wymiana ciepła występuje pod wpływem różnicy temperatury. Przy rozpatrywaniu zjawisk wymiany ciepła jest konieczna znajomość pola temperatury. *Polem temperatury* jest nazywany zbiór wartości temperatury we wszystkich punktach rozpatrywanego ciała w danej chwili. Pole temperatury  $T$  jest określone przez zależność temperatury od współrzędnych przestrzeni (np. kartezjańskich  $x, y, z$ ) oraz od czasu  $t$

$$T = f(x, y, z, t) \quad (1.1)$$

Gdy pole temperatury zmienia się w czasie, *wymiana ciepła* jest *nieustalona*. *Wymiana ciepła* jest *ustalona*, gdy pole temperatury nie zmienia się w czasie, czyli gdy temperatura jest tylko funkcją współrzędnych przestrzeni

$$T = F(x, y, z), \quad \frac{\partial T}{\partial t} = 0 \quad (1.2)$$

W zależności od liczby współrzędnych przestrzeni, w kierunku których zmienia się temperatura, pole temperatury i wymiana ciepła są jedno-, dwu- lub trójwymiarowe. Zbiór punktów przestrzeni o jednakowej temperaturze tworzy *powierzchnię izotermiczną*. Zbiór punktów powierzchni o jednakowej temperaturze tworzy *linię izotermiczną*. Ponieważ w jednym punkcie przestrzeni nie mogą występować różne temperatury tej samej substancji, powierzchnie (lub linie) izotermiczne nie przecinają się, lecz tworzą powierzchnie (lub linie) zamknięte albo kończą się na powierzchni ciała.

Zarówno w termodynamice, jak i w wymianie ciepła ciepło  $Q$  [kJ] jest wielkością skalarną, chociaż mówimy o kierunku przepływu ciepła od wyższej do niższej temperatury. Stosunek elementarnej ilości ciepła  $dQ$  do czasu trwania wymiany tej ilości ciepła jest nazywany *strumieniem ciepła* (wyrażanym w W)

$$\dot{Q} = \frac{dQ}{dt} \quad (1.3)$$

a w warunkach ustalonych

$$\dot{Q} = \frac{Q}{t} \quad (1.4)$$

Strumień ciepła, podobnie jak i ciepło, jest wielkością skalarną. Po odniesieniu strumienia ciepła do jednostki pola powierzchni  $A$  (ściśle zorientowanej w przestrzeni) otrzymuje się wektor zwany *gęstością strumienia ciepła* (wyrażoną w  $\frac{W}{m^2}$ ). Jest to wektor prostopadły do powierzchni izotermicznej, skierowany zgodnie ze spadkiem temperatury, o module równym stosunkowi elementarnej strumienia ciepła  $d\dot{Q}$  do elementarnej pola powierzchni  $dA$ , przez którą strumień ten przepływa

$$q = \frac{d\dot{Q}}{dA} \quad (1.5)$$

lub w zapisie wektorowym

$$d\dot{Q} = q \cdot dA \quad (1.5a)$$

W szczególnym przypadku gęstość strumienia ciepła w każdym punkcie rozpatrywanej powierzchni jest taka sama i wynosi

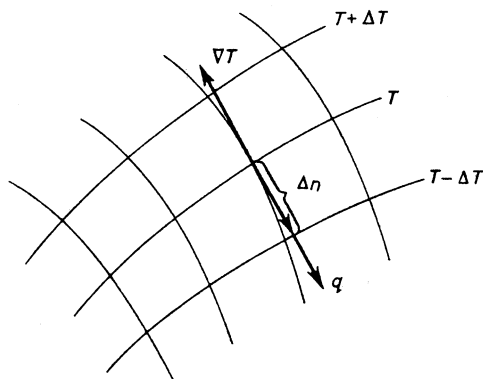
$$q = \frac{\dot{Q}}{A} \quad (1.6)$$

Wektory gęstości strumienia ciepła są położone na powierzchniach prostopadłych do powierzchni izotermicznych. Są to *powierzchnie adiabatyczne*, ponieważ w kierunku do nich prostopadłym, czyli stycznym do powierzchni izotermicznych, gęstości strumienia ciepła są równe zero. Należy pamiętać, że płaszczyzna (lub oś) symetrii pola temperatury jest płaszczyzną (lub linią) adiabatyczną. Izotermy i adiabaty pola temperatury, dla ciał izotropowych, tworzą na płaszczyźnie linie ortogonalne (rys. 1.1). Na powierzchni zewnętrznej ciała z reguły podaje się składowe gęstości strumienia ciepła w kierunku prostopadłym do powierzchni ciała.

Wymiana ciepła jest realizowana na różne pod względem fizycznym sposoby: przewodzenie, konwekcję i radiacyjną wymianę ciepła.

*Przewodzenie ciepła* jest to przekazywanie energii wewnętrznej między bezpośrednio stykającymi się częściami jednego ciała lub różnych ciał. W płynach przekazywana jest energia kinetyczna atomów i cząsteczek, a w ciałach stałych energia drgań atomów w sieci krystalicznej i ruchu swobodnych elektronów. Wyłącznie przez przewodzenie odbywa się wymiana ciepła w ciałach stałych nieprzenikliwych dla promieniowania termicznego oraz w płynach, gdy nie występują przemieszczenia względem siebie makroskopowych części płynu (np. gdy płyn jest ogrzewany od góry).

Przewodzenie ciepła w płynach połączone jest na ogół z *konwekcją*, czyli ruchem makroskopowych części płynu o różnych temperaturach. Konwekcja może występować w przestrzeni ograniczonej (np. w zbiorniku, w rurze) lub w przestrzeni nieograniczonej (przy opływaniu zewnętrznej powierzchni ciała stałego). Może to być *konwekcja swobodna* (naturalna), pod wpływem działania zewnętrznych sił masowych na części płynu o różnych temperaturach, a więc i o różnych gęstościach, lub *konwekcja wymuszona* przez pompę, sprężarkę, dmuchawę lub mieszadło.



Rys. 1.1. Ortogonalna siatka izoterm i adiabat