

# 1. Heurystyczne podstawy teorii względności

## 1.1. Miejsce szczególnej teorii względności w fizyce

Obiekt fizyczny istnieje, gdy można go wykryć w eksperymencie, czyli gdy może on oddziaływać z otoczeniem (a przynajmniej z pewnymi jego elementami). Oddziaływanie wymaga przekazu energii. Obecnie uważa się, że istnieje uniwersalne oddziaływanie, generowane przez dowolną formę energii — jest nim grawitacja. Zatem materią jest to, co niesie energię, a tym samym oddziałuje grawitacyjnie. Pozostałe oddziaływania są specyficzne, tzn. są własnościami określonych form materii. Według powszechnie przyjętego opisu grawitacji, którym jest einsteinowska ogólna teoria względności (OTW), oddziaływanie grawitacyjne przejawia się w postaci dynamicznych zmian własności czasoprzestrzeni, w której znajduje się materia. Zatem czasoprzestrzeń jako taka też jest swoistym układem fizycznym niosącym energię i wbrew intuicji należałoby uznać ją za materię. Zamiast siły grawitacyjnej działającej między ciałami w ustalonej i niezmiennej czasoprzestrzeni, jak opisuje to oddziaływanie teoria grawitacji Newtona, mamy do czynienia z dynamicznie ewoluującą krzywizną czasoprzestrzeni. Taka koncepcja grawitacji silnie komplikuje opis wszelkich zjawisk fizycznych. Na szczęście dla fizyki i dla naszego istnienia grawitacja jest najślabszym z oddziaływań fundamentalnych. W przybliżeniu newtonowskim siła przyciągania grawitacyjnego  $F_g$  pomiędzy elektronem i protonem oraz siła przyciągania elektrostatycznego  $F_e$  między nimi jednakowo zmieniają się z odległością, więc można je porównać,

$$\frac{F_e}{F_g} = 2,3 \cdot 10^{39}. \quad (1.1)$$

Dzięki tej ogromnej przewadze sił elektromagnetycznych nad grawitacją możemy się poruszać, czyli siłą mięśni pokonywać przyciąganie ze strony całej planety; ogólniej, przewaga ta sprawia, że istnieją trwałe ciała makroskopowe. Gdyby obie siły były porównywalne, to w każdym ciele większym od molekuł organicznych kurcząca siła grawitacji przeważałaby nad elektromagnetycznymi siłami sprężystości i ciało to zapadłoby się do czarnej dziury.

Ten szczęśliwy fakt, że grawitacja jest relatywnie słaba, pozwala nam, pomijając specyficzne sytuacje, gdy grawitacja dominuje (np. ruchy ciał niebieskich), w ogóle ją pominąć i zajmować się dynamiką pozostałych oddziaływań. Według OTW w nieobecności oddziaływań grawitacyjnych (brak ciał materialnych i fal grawitacyjnych) czasoprzestrzeń staje się płaska i nosi nazwę (czaso)przestrzeni Minkowskiego (Hermann Minkowski, 1864–1909). Czasoprzestrzenie zakrzywiona i płaska są ze sobą ściśle związane. Tak jak gładka powierzchnia w przestrzeni euklidesowej ma w każdym punkcie płaszczyznę styczną, która w pewnym otoczeniu punktu styczności jest dobrym przybliżeniem tego fragmentu powierzchni, tak zakrzywiona czasoprzestrzeń z grawitacją ma w każdym punkcie styczną przestrzeń Minkowskiego, będącą przybliżeniem pewnego fragmentu tej czasoprzestrzeni. To oznacza, że w tym fragmencie mamy praktycznie do czynienia z fizyką bez grawitacji. Im silniejsze jest pole grawitacyjne, czyli im większa jest krzywizna czasoprzestrzeni, tym mniejszy jest jej fragment, który z wymaganą dokładnością możemy uważać za płaski. W pobliżu osobliwości czarnych dziur oraz pierwotnej osobliwości naszego Wszechświata (Wielkiego Wybuchu) obszar ten kurczy się do rozmiarów milimetrowych, natomiast w dzisiejszym Wszechświecie rozciąga się na odległość kilku milionów lat świetlnych. Szczególna teoria względności (STW) jest zawsze słuszną jako lokalne przybliżenie OTW. Ten związek obu teorii wyrażamy, mówiąc, że OTW jest relatywistyczną teorią grawitacji. Tutaj określenie „relatywistyczny” odnosi się do zjawisk opisywanych przez STW, które różnią się (przynajmniej ilościowo) od zjawisk opisywanych teoriami nierelatywistycznymi. W sumie STW stanowi czasoprzestrzenną bazę (arenę) fizyki fundamentalnej, przede wszystkim fizyki atomowej i cząstek elementarnych.

Faktycznie eksperyment i teoria wskazują, że wszelka materia ma naturę kwantową. „Klasyczna materia”, ściśle biorąc, nie istnieje i pojęcie to odnosi się w przybliżeniu do agregatów wielkiej liczby cząstek kwantowych (tzw. granica klasyczna mechaniki kwantowej) oraz do stanów podstawowych niektórych pól kwantowych. Wynika stąd, że w fizyce powinniśmy mieć dwie teorie (prawie) fundamentalne: teorię wszystkich form materii i ich oddziaływań przy zaniedbaniu grawitacji, czyli teorię materii w przestrzeni Minkowskiego, oraz analogiczną, lecz odpowiednio bardziej złożoną, teorię materii oddziałującej grawitacyjnie, czyli fizykę kwantową w dynamicznie zakrzywionej czasoprzestrzeni.

Obecnie istniejące teorie fizyczne można poklasyfikować za pomocą trzech niezależnych fundamentalnych stałych wymiarowych fizyki. Są to: stała Plancka  $\hbar$ , mówiąca, że wszelka materia jest kwantowa, prędkość światła w próżni  $c$ , bowiem wszelka materia jest relatywistyczna (lokalnie obowiązuje STW), oraz stała grawitacyjna  $G$ , bowiem wszelka materia grawituje. Z tych trzech stałych można zbudować jednostki długości, czasu i masy, a z nich jednostki wszelkich wymiarowych wielkości fizycznych — tzw. jednostki planckowe

skie (Max Planck, 1900)<sup>1</sup>. Fizyka klasyczna — niekwantowa i nierelatywistyczna — nie wymaga żadnej z tych stałych (poza prawem powszechnego ciężenia), nierelatywistyczna mechanika kwantowa opiera się na stałej  $\hbar$ , elektrodynamika klasyczna i STW jako geometryczna teoria czasoprzestrzeni stosują prędkość uniwersalną  $c$ . Gdy w płaskiej czasoprzestrzeni rozpatrujemy kwantową materię i jej oddziaływania (bez grawitacji), konstruujemy pewną wersję kwantowej teorii pola, która opiera się na dwu stałych,  $c$  i  $\hbar$ . STW jest więc geometryczną bazą najpełniejszej, istniejącej obecnie fundamentalnej teorii materii, Standardowego Modelu Cząstek. Ten fakt określa rangę STW w fizyce współczesnej: wykracza ona daleko poza sam opis zjawisk zachodzących w ciałach poruszających się z prędkościami przyświelnymi.

Spójna i kompletna teoria materii i jej wszystkich oddziaływań winna być oparta na stałych  $\hbar$ ,  $c$  i  $G$  — nosi nazwę kwantowej teorii grawitacji. Systematyczne poszukiwania takiej teorii rozpoczął ok. 1948 r. P.A.M. Dirac. Po siedemdziesięciu latach intensywnych badań teorii tej nie ma, a osiągnięte wyniki są bardzo skromne; zbudowanie tej fundamentalnej teorii odsuwa się w daleką przyszłość i istnieją też argumenty, że nic w przyrodzie jej nie odpowiada. W tej sytuacji i przy słabości sił grawitacyjnych STW utrzymuje fundamentalną rolę w fizyce.

STW opisuje stan podstawowy ogólnej teorii względności: w nieobecności grawitacji fizyczna czasoprzestrzeń jest płaską czasoprzestrzenią Minkowskiego  $\mathfrak{M}_4$  — jest **absolutną** (niedynamiczną) sceną całej fizyki i jest różna od absolutnej czasoprzestrzeni Galileusza mechaniki klasycznej. Mamy zatem:

**DEFINICJA 1.1. Szczególna teoria względności (STW)** to fizycznie zinterpretowany system twierdzeń geometrycznych czasoprzestrzeni Minkowskiego  $\mathfrak{M}_4$ . ■

Przez pierwsze pół wieku istnienia STW kładziono nacisk na jej znaczenie dla elektrodynamiki (najpierw klasycznej, potem kwantowej) oraz dla teorii cząstek elementarnych. Takie podejście zawężało jej rangę i pozwalało formułować ją z bardzo ograniczonym użyciem pojęcia czasoprzestrzeni. Prowadziło to do powstania rozlicznych paradoksów znacznie utrudniających jej zrozumienie i praktyczne zastosowanie. W ujęciu geometrycznym uzyskuje się pełne jej zrozumienie przez odniesienie jej do teorii, która ją zawiera — ogólnej teorii względności — i daje właściwy aparat pojęciowy do operowania nią. W języku geometrii Minkowskiego tradycyjne paradoksy STW znikają, a pozo-

---

<sup>1</sup> Tak jest tylko wtedy, gdy fizyczna przestrzeń ma trzy wymiary. Gdyby była czterowymiarowa, to konieczna byłaby dodatkowa niezależna stała fizyczna, np. ładunek elementarny. Trójwymiarowość naszego świata zdaje się w tajemniczy sposób sugerować, że ładunek elektryczny jest powiązany z przestrzenią.

stałe uzyskują jasne sformułowanie pozwalające je rozwiązać. STW nie określa konkretnej postaci oddziaływań, jedynie nakłada ograniczenia na ich własności, bowiem oddziaływania (jak i wszystkie inne wielkości fizyczne) muszą być opisane obiektami geometrycznymi zdefiniowanymi w czasoprzestrzeni  $\mathfrak{M}_4$ . Ustaleniem oddziaływań materii zgodnych z jej geometrią zajmuje się klasyczna i kwantowa teoria pola; według obecnych poglądów oddziaływania przenoszone są polami fizycznymi, zatem mechanika relatywistyczna ma bardzo ograniczony zakres zastosowań.

Nazwa „szczególna teoria względności” nie jest udana. Einstein nie zabrał, by w odpowiednim czasie nadać swojej teorii adekwatną nazwę; określał ją „zasadą względności” (*Relativitätsprinzip*). Max Planck, który jako jeden z pierwszych poznał się na niej, nazywał ją w 1906 r. *Relativtheorie*. Nazwa *Relativitätstheorie* została po raz pierwszy użyta w 1906 r. przez Alfreda Bucherera<sup>2</sup> w dyskusji po wykładzie Plancka. Potem nazwy tej użył Paul Ehrenfest<sup>3</sup> w artykule z 1907 r. i Einstein w polemice z nim. Później Einstein już się nią nie posługiwał. Matematyk Felix Klein (1849–1925) zaproponował w 1910 r. trafną nazwę „teoria niezmienników” (*Invariantentheorie*), bowiem najgłębszy sens (niezależny od pomiarów wykonywanych zawsze w pewnym układzie odniesienia) mają wielkości niezmiennicze względem zmiany układu inercyjnego. Niestety nazwa ta się nie przyjęła. W 1915 r. Einstein zaczął stosować nazwę „szczególna teoria względności”, by odróżnić ją od świeżo sformułowanej teorii grawitacji, w której względność ruchu jest dużo większa. Po 1919 r., gdy Einstein stał się sławny, niektórzy ideolodzy zaczęli jego teorię kojarzyć, najczęściej w złej wierze, z relatywizmem wartości.

## 1.2. Idea czasoprzestrzeni

Koncepcja czasoprzestrzeni jako realnego obiektu fizycznego jest fundamentalna dla obu teorii względności. Jest ona połączeniem koncepcji fizycznego czasu i fizycznej przestrzeni i tworzy arenę dla wszelkich zjawisk fizycznych. Arena ta dostarcza najbardziej elementarnego opisu każdego zjawiska: daje jego lokalizację w przestrzeni, czyli relację do innych obiektów (przeważnie ciał rozciągniętych), oraz umieszcza je w ciągu następstw zdarzeń (kolejność czasowa). Na tym

<sup>2</sup> Alfred H. Bucherer (1863–1927), niemiecki fizyk, w 1908 r. wykonał dokładne pomiary stosunku  $e/m$  dla relatywistycznych elektronów poruszających się w polu magnetycznym w zależności od ich prędkości. Tutaj  $m$  oznacza „relatywistyczną masę” proporcjonalną do energii kinetycznej elektronu. Jego pomiary wykazały, że stosunek ten maleje z prędkością zgodnie z teorią Einsteina. Było to pierwsze dokładne potwierdzenie laboratoryjne STW — wcześniejsze pomiary  $e/m$  wykonane przez Waltera Kaufmanna w 1901 r. były mało precyzyjne.

<sup>3</sup> Paul Ehrenfest (1880–1933), fizyk austriacki, zajmował się mechaniką statystyczną i fizyką kwantową (twierdzenie Ehrenfesta). Dla teorii względności istotne są jego dwa wyniki: dowód, że w ramach fizyki niekwantowej wyróżniona jest przestrzeń trójwymiarowa, oraz paradoks Ehrenfesta (paradoks wirującego dysku).

etapie są to relacje jakościowe, bowiem czasoprzestrzeń nie została jeszcze wyposażona w układy współrzędnych określających liczbowo umiejscowienie danego zjawiska w przestrzeni i czasie. Konstrukcja geometrii czasoprzestrzeni odróżnia czasoprzestrzeń Galileusza mechaniki klasycznej od czasoprzestrzeni Minkowskiego STW i licznych zakrzywionych dynamicznych czasoprzestrzeni OTW. W każdej z nich zlokalizowanie danego zjawiska stanowi najbardziej rudymenarną informację o nim. Za pomocą tej lokalizacji wprowadza się następnie wszystkie inne wielkości fizyczne: siły, prędkości, przyspieszenia, natężenia pól fizycznych, temperaturę oraz ciśnienie cieczy itd.

Połączenie czasu i przestrzeni w jeden obiekt fizyczny jest jedną z najważniejszych i najbardziej udanych unifikacji w fizyce. Warto zauważyć, że jest ona niezgodna z psychiką i właściwie z całą kulturą. Postrzeganie przestrzeni ma charakter silnie kulturowy i jest mocno zmienne w czasie wraz ze zmianami kultur. Po pierwsze, przestrzeń fizyczną opisujemy geometrią euklidesową lub pewną, właściwą geometrią Riemanna (w OTW). Odkrycie geometrii euklidesowej było wielkim osiągnięciem starożytnych Greków, stojącym wtedy i później w opozycji do kształtujących powszechne postrzeganie przestrzeni sztuk plastycznych. W malarstwie średniowiecznym mamy szereg odmiennych perspektyw i sposobów postrzegania głębi. W Renesansie malarze odkryli linearną perspektywę geometryczną. Nowoczesne malarstwo odzagnało się od niej. Francuski malarz Georges Braque (1882–1963) wyraźnie rozróżnił „przestrzeń dotykową” od „przestrzeni wzrokowej” i stwierdził, że „perspektywa naukowa jest niczym innym jak ogłupiającą sztuczką — złośliwą sztuczką — która uniemożliwia malarzowi oddanie w pełni przeżycia przestrzeni” [47].

Analogiczne zjawisko występuje w literaturze [47]:

Współczesny pisarz francuski Georges Matoré w książce *L'Espace humain* zanalizował historycznie metafory w tekstach literackich jako środki przybliżania się do czegoś, co nazwał „nieświadomą geometrią ludzkiej przestrzeni”. Analizy jego dowodzą gruntownej zmiany, jaka zaszła pomiędzy renesansowym wyobrażeniem przestrzeni, geometrycznym i intelektualnym, a współczesnym akcentowaniem „doznawania” przestrzeni. Dzisiejsze pojęcie przestrzeni zawiera w sobie więcej „ruchu” i wychodzi poza przestrzeń wizualną ku znacznie głębszej przestrzeni zmysłowej.

Po drugie, czas jest powszechnie postrzegany jako doznanie zmysłowe całkowicie odrębne od przestrzeni. Częściowo wynika to z przekonania (iluzorycznego, gdy mu się przyjrzeć z punktu widzenia fizyki), że o ile czas nieubłaganie upływa, o tyle w przestrzeni można stanąć oraz opuścić wybrane miejsce i do niego wrócić. Upływ czasu zawsze fascynował. Od 1966 r. istnieje International Society for the Study of Time (nie ma analogicznego stowarzyszenia do badań przestrzeni). Jego założyciel, Julius T. Fraser, pisał we wstępie do materiałów z czwartej konferencji tego stowarzyszenia [34]:

Wielka różnorodność poglądów i dociekań odnośnie do natury czasu dowodzi, że czas zajmuje centralną pozycję w intelektualnych i emocjonalnych poczynaniach człowieka. Rzeczywiście, doznanie upływu czasu jest chyba bardziej niż jakikolwiek inny aspekt naszej egzystencji przejmujące, dogłębne i bezpośrednie. Życie, śmierć i czas łączą się w dialektyczną jedność, którą zapewne trudno pojąć, lecz która zjawia się w postaci symbolicznej we wszystkich wielkich religiach. Czas jest dogłębnie związany z funkcjami umysłu, jest jedynym wymiarem naszego wewnętrznego życia, a zarazem zdaje się być fundamentalną własnością Wszechświata. Żaden inny aspekt rzeczywistości nie jest równie stosowny do wyrażania indywidualnych i zbiorowych poczynań ludzi (tłum. M. Heller).

Nas interesuje tu czas w fizyce, stanowiący nieredukowalne jądro wszelkich koncepcji i sposobów postrzegania czasu we wszystkich dziedzinach intelektualnej aktywności człowieka. Zaczynamy od fizyki nierelatywistycznej, w której odmienność czasu i przestrzeni jest nieco mniejsza, lecz nadal wyraźna. Dla Newtona koncepcje czasu i przestrzeni były bardziej filozoficzne niż oparte na fizycznym doświadczeniu. W *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica* (1687 r.) po „Definicjach” następuje „Scholium” („Objaśnienia”) [82, 83, 137]:

- (1) Czas absolutny, prawdziwy i matematyczny, sam z siebie i przez swą naturę upływa równomiernie bez związku z czymkolwiek zewnętrznym i inaczej nazywa się trwaniem.
- (2) Przestrzeń absolutna, przez swą naturę, bez związku z czymkolwiek zewnętrznym pozostaje zawsze taka sama i nieruchoma.

Definicje Newtona są nieoperacyjne, a definicja przestrzeni jest niezgodna z zasadą względności ruchu Galileusza. Fakt, że ruch jest względny, tzn. zależy od układu odniesienia, w którym ruch badanego ciała się rozpatruje, sprawia, że nie istnieje spoczynek absolutny. Gdyby spoczynek absolutny istniał, to w sposób absolutny można by było zidentyfikować dwa punkty przestrzeni w różnych chwilach czasu jako ten sam punkt absolutnej przestrzeni trwający w czasie. Tak jednak nie jest i identyfikacja punktów przestrzeni w różnych czasach jest możliwa tylko w określonych układach odniesienia. Przykład: Warszawa i Kraków w układzie odniesienia Ziemi są różnymi punktami przestrzeni, natomiast w układzie pociągu, o którym tradycyjnie się mówi, że jedzie z jednego miasta do drugiego, pojawiają się w tym samym miejscu, tyle że w odstępie kilku godzin.

Definicje Newtona są do dzisiaj sugestywne, lecz nieszkodliwe, bowiem fizyka nierelatywistyczna nie korzystała z nich, od początku opierając się na zasadzie względności ruchu Galileusza.

Einstein, który był wielokrotnie krytykowany przez filozofów, zwłaszcza przez Bergsona<sup>4</sup>, stwierdził z naciskiem, że własności czasu i przestrzeni należy badać empirycznie, a nie ustalać a priori na gruncie filozofii. Sformułował to następująco [31]:

Jestem przekonany, że filozofowie wywarli szkodliwy wpływ na rozwój myśli naukowej, przenosząc niektóre podstawowe pojęcia z dziedziny doświadczenia, gdzie znajdują się pod naszą kontrolą, na nietykalne wyżyny aprioryzmu. Nawet jeżeli okaże się, że świata idei nie można wydedukować z wrażeń na drodze czysto logicznej, że jest on w pewnym sensie tworem umysłu ludzkiego, bez którego nie ma nauki, to mimo wszystko świat idei będzie zawsze równie mało niezależny od naszych doświadczeń jak odzież — od kształtu ludzkiego ciała. W szczególności jest to prawdziwe w odniesieniu do pojęć czasu i przestrzeni, które fizycy pod wpływem faktów musieli zdjąć z Olimpu rzeczy a priori, uściślić je i przystosować do obecnych potrzeb (tłum. A. Trautman).

Empiria jasno wskazuje, że czas i przestrzeń są odmiennymi aspektami (przejawami) jednego obiektu fizycznego — czasoprzestrzeni. Historycznie pierwszym argumentem za ich głębokim związkiem była zasada względności ruchu. Następnego argumentu, wychodzącego poza kinematykę zjawisk, dostarczyła elektrodynamika: zjawiska elektryczne i magnetyczne są różnymi przejawami jednego obiektu fizycznego, którym jest pole elektromagnetyczne (fala elektromagnetyczna). Ten obiekt jest opisywany dwoma wektorami natężeń pól  $\mathbf{E}$  i  $\mathbf{H}$ . Jeden obiekt fizyczny winien być opisany jedną wielkością matematyczną, jednak w fizycznej przestrzeni modelowanej przestrzenią euklidesową  $\mathbb{E}^3$  nie da się połączyć  $\mathbf{E}$  i  $\mathbf{H}$  w jeden obiekt matematyczny. Możliwe jest to dopiero w czterech wymiarach: w czasoprzestrzeni para  $(\mathbf{E}, \mathbf{H})$  składa się w antysymetryczny tensor natężenia pola  $F_{\mu\nu}$ .

Fizyka rozwija się w znacznym stopniu poprzez unifikacje pozornie odrębnych pojęć. Mamy bardzo udane unifikacje: czasoprzestrzeń, elektromagnetyzm, ogólna koncepcja energii (przyjmującej bardzo odmienne postaci), oddziaływanie elektroslabe (model Weinberga–Salama 1967–1968) — to kamienie milowe fizyki.

Czasoprzestrzeń jest jedyną udaną unifikacją przestrzeni z innymi wielkościami fizycznymi. Nie istnieje np. „temperaturoprzestrzeń” (w której temperatura nie jest funkcją czasu ani przestrzeni, lecz wielkością w pewnym stopniu od nich niezależną) — bowiem nie ma interesujących i użytecznych własności.

---

<sup>4</sup> Henri Bergson najpierw z uznaniem wyraził się o teorii względności, a potem opublikował w 1922 r. całą książkę, w której ją mocno skrytykował, w obu przypadkach bez zrozumienia, o czym się wypowiada.

### 1.3. Wstępna konstrukcja czasoprzestrzeni

Należy zbadać empirycznie i uściślić pojęcia, które w mechanice klasycznej są fundamentalne i „oczywiste”, a w rzeczywistości są mętne.

Czasoprzestrzeń to zbiór zdarzeń.

**Zdarzenie** to elementarny, pierwotny (niedefiniowalny) składnik każdego zjawiska fizycznego. To jest każdy fakt fizyczny bez rozciągłości przestrzennej i bez trwania w czasie („fakt punktowy i momentalny”). Przykłady: zderzenie dwu cząstek niemal punktowych, chwilowe położenie planety na orbicie wokół Słońca, rozpad jądra atomowego na dwa lżejsze jądra, emisja kwantu gamma przez jądro. W fizyce kwantowej koncepcja zdarzenia staje się bardziej abstrakcyjna i subtelna, bowiem na ogół funkcja falowa w reprezentacji położeniowej jest różna od zera w pewnym obszarze przestrzeni i nie ma obiektów ściśle punktowych<sup>5</sup>. Fali elektromagnetycznej przypisujemy w każdej chwili nieskończenie wiele zdarzeń: są to wartości natężeń pól  $\mathbf{E}$  i  $\mathbf{H}$  we wszystkich punktach obszaru zajętego przez falę w tej chwili.

Matematycznie zdarzenie przedstawiamy jako punkt w czasoprzestrzeni. Konieczne jest, by zdarzeniem był też punkt, w którym nie ma materii i nic się nie dzieje, zatem częścią czasoprzestrzeni jest próżnia. Wszystkie czasoprzestrzenie w fizyce opisujemy jako różnice różniczkowe z nałożonymi na nie pewnymi dodatkowymi strukturami<sup>6</sup>. Fizyczna czasoprzestrzeń jest obiektem powstającym przez nałożenie na zbiór zdarzeń kolejno czterech struktur matematycznych:

- (1) struktury mnogościowej: zbiór zdarzeń jest zbiorem punktów mocy continuum (równolicznym ze zbiorem liczb rzeczywistych);
- (2) struktury topologicznej: w zbiorze zdarzeń wprowadzamy topologię mnogościową, czyli definiujemy zbiory otwarte i domknięte, a za ich pomocą odwzorowania ciągłe;
- (3) struktury różniczkowej: w tej przestrzeni topologicznej definiujemy układy współrzędnych, dzięki czemu można określić różniczkowalność funkcji. Różniczkowość ma określony wymiar i fizycznej czasoprzestrzeni przypisujemy cztery wymiary,  $\dim = 4$ ;
- (4) pełnej lub cząstkowej struktury metrycznej: parom punktów (wszystkim lub niektórym) przypisujemy ich odległość.

<sup>5</sup> Cząstki elementarne uważane za punktowe — leptony — są punktowe w sensie dynamicznym, tzn. nie wykazują struktury przestrzennej w oddziaływaniach i tym się różnią od protonu, który ma rozmiary rzędu  $1 \text{ fm} = 10^{-13} \text{ cm}$  i jest zbudowany z trzech kwarków; ich funkcja falowa ma nośnik będący zbiorem otwartym w czasoprzestrzeni.

<sup>6</sup> Odsyłamy czytelnika do dowolnego (nie nadmiernie abstrakcyjnego) podręcznika geometrii różniczkowej i analizy tensorowej, np. [112]. Tutaj wprowadzamy różniczkowość w bardzo pobeżny sposób.



Hipoteza, że fizyczna czasoprzestrzeń ma strukturę różniczkowej, opiera się na dwu założeniach:

- (a) czas i przestrzeń są ciągłe, zatem zbiór zdarzeń jest ciągły w takim sensie, w jakim ciągła jest przestrzeń euklidesowa; założenie to jest zwykle kwestionowane w rozmaitych próbach sformułowania kwantowej teorii grawitacji;
- (b) jeżeli dwa zdarzenia zachodzą w tym samym miejscu w czasie i przestrzeni (koicydencja) według jednego obserwatora<sup>7</sup>, to zachodzi ich koicydencja dla każdego innego obserwatora. Na tej podstawie możemy utożsamić zdarzenia z punktami pewnej przestrzeni matematycznej — punktu geometrycznego nie da się rozdzielić na dwa różne punkty. Założenie to wydaje się oczywiste, lecz nie jest logicznie konieczne. Z drugiej strony zupełnie nie wiadomo, co by wynikało z jego zakwestionowania.

Wszystkie czasoprzestrzenie w fizyce, Galileusza, Minkowskiego i zakrzywione (OTW), mają te same pierwsze trzy struktury, takie same jak przestrzeń euklidesowa  $\mathbb{E}^4$ , w szczególności mają topologię euklidesową zdefiniowaną przez 4-wymiarowe otwarte kule euklidesowe (w czasoprzestrzeniach STW i OTW czasami wprowadza się inną topologię). Różnią się **metryką** — istnieniem i określeniem odległości. Ponadto zakrzywione czasoprzestrzenie OTW mogą mieć odmienną od  $\mathbb{E}^4$  topologię geometryczną określającą ich własności globalne — mogą być w niektórych wymiarach przestrzeni zamknięte, jak sfera, walec lub torus; tymi kwestiami nie będziemy się zajmować.

Omówimy zwięźle trzecią strukturę czasoprzestrzeni: strukturę różniczkową.

Punkty czasoprzestrzeni identyfikujemy liczbowo za pomocą układów współrzędnych, które wprowadzamy, uściślając matematycznie konstrukcję map geograficznych. Czasoprzestrzeń jako przestrzeń topologiczną przedstawiamy jako sumę mnogościową pewnej rodziny zbiorów otwartych, które częściowo się nakrywają. Niech  $U$  będzie jednym z tych zbiorów otwartych. **Mapą** nazywamy parę  $(U, \phi)$ , gdzie  $\phi$  jest homeomorfizmem obszaru  $U$  w otwarty zbiór przestrzeni  $\mathbb{R}^4$ ,  $\phi: U \rightarrow \phi(U) \subset \mathbb{R}^4$ . Tutaj  $\mathbb{R}^4$  to topologiczna przestrzeń wektorowa, która powstaje z przestrzeni euklidesowej  $\mathbb{E}^4$  przez odrzucenie pojęcia metryki euklidesowej, która jest tu zbędna, gdyż różniczkowa jako taka nie ma określonej odległości punktów. Obszar  $U$  nazywamy **dziedzina mapy**, homeomorfizm  $\phi$  to **układ współrzędnych**, a obszar  $\phi(U)$  to **obraz obszaru  $U$**  w tej mapie (w kartografii jest to właściwa mapa, czyli rysunek na papierze wybranego fragmentu powierzchni Ziemi). Jeżeli  $p \in U$  jest zdarzeniem (punktem), to  $\phi(p) = \mathbf{x} = (t, x, y, z)$  są współrzędnymi punktu  $p$  w mapie. Punkt  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^4$  utożsamiamy z ciągiem tych czterech liczb. To, co w fizyce

<sup>7</sup> Wbrew rozpowszechnionej w literaturze anglosaskiej tendencji do „humanizowania” fizyki obserwatorem wcale nie musi być człowiek ani żadna inna inteligentna żywa istota. Obserwatorem jest przyrząd naukowy zaprogramowany do wykonywania odpowiednich pomiarów, a człowiek jest odbiorcą ich wyników.

powszechnie nazywa się „układem współrzędnych”, jest faktycznie mapą, bowiem odwzorowanie  $\phi$  musi być homeomorfizmem na dziedzinie  $U$ . Oparte na empirii założenie stwierdza, że czasoprzestrzeń STW jako rozmaitość różniczkowa jest tożsama z  $\mathbb{R}^4$  i do jej opisu wystarcza jedna mapa, zatem  $U = \mathbb{R}^4 = \mathfrak{M}_4$ .

Układ współrzędnych  $\phi$  nie jest jednoznaczny i w  $\mathfrak{M}_4$  można wprowadzić nieskończenie wiele różnych homeomorfizmów z  $\mathbb{R}^4$ , czyli wprowadzić nieskończenie wiele map o tej samej dziedzinie. Co więcej, ze względu na zastosowania dziedzina mapy nie musi pokrywać całej czasoprzestrzeni i tzw. „współrzędne krzywoliniowe” na ogół pokrywają tylko pewne jej otwarte podzbiory, tak jak współrzędne sferyczne  $(r, \theta, \varphi)$  są określone poza całą osią<sup>8</sup>  $Oz$  w  $\mathbb{R}^3$ . Na każdej rozmaitości różniczkowej możemy wprowadzić **figury** — są to dowolne podzbiory jej punktów. Własności geometryczne figur na dowolnej rozmaitości nie zależą od wyboru współrzędnych, co oznacza, że własności fizyczne zjawisk w czasoprzestrzeni nie zależą od wyboru układu współrzędnych.

Według definicji rozmaitości wszystkie układy współrzędnych (mapy) są równoprawne. Jeżeli na rozmaitości jest zdefiniowana dodatkowa struktura, przede wszystkim metryka, to w pewnych sytuacjach ta dodatkowa struktura dopuszcza pewne symetrie (translacyjną, obrotową itp.) i wtedy istnieją wyróżnione układy współrzędnych. Ten fakt jest kluczowy dla STW, natomiast w zakrzywionych czasoprzestrzeniach symetrie są wyjątkowe.

W fizycznej czasoprzestrzeni układy współrzędnych wprowadzamy za pomocą materialnych układów odniesienia.

Fakt, że dla dowolnej rozmaitości różniczkowej  $M$  układ współrzędnych  $\phi$  jest homeomorfizmem dziedziny  $U$  na pewien zbiór otwarty w pewnej przestrzeni  $\mathbb{R}^n$ , oznacza, że rozmaitość dziedziczy wymiar tej przestrzeni,  $\dim M = n$ . Wymiar jest pojęciem topologicznym i daje się jednoznacznie zdefiniować dla dość obszernej klasy przestrzeni topologicznych, zatem stanowi on ważną charakterystykę takich przestrzeni. W przypadku rozmaitości różniczkowych ogólna definicja topologiczna jest niepotrzebna i wystarczy pojęcie wymiaru przestrzeni wektorowej.

Czas jest jednowymiarowy. Gdyby czas był dwu- lub więcej-wymiarowy, to równania ruchu pól fizycznych (i ogólniej, ciał rozciągłych) byłyby równaniami różniczkowymi cząstkowymi **ultrahiperbolicznymi**, co prowadziłoby do załamania determinizmu (przewidywalności) takiego, jaki znamy. Skoro czas jest jednowymiarowy, to ma strukturę linii prostej (**czas linearny**) lub okręgu (**czas kołowy**, czyli cykliczny). Cykliczność zjawisk przyrody: dni i nocy, pór roku, ruchów ciał niebieskich itp., sprawiła, że większość cywilizacji starożytnych (Sumerowie, Babilończycy, Grecy, później Majowie) uwierzyła w **mit wiecznego powrotu**: czas jest kołowy i wszystkie wydarzenia (a nawet wszyscy indywidualni ludzie) powtarzają się nieskończenie wiele razy. W VI w. p.n.e. na

<sup>8</sup> Literą  $O$  będziemy oznaczać początek kartezjańskiego układu współrzędnych w przestrzeni euklidesowej.