

# Spis treści

<b>Przedmowa</b> . . . . .	11
<b>Wprowadzenie</b> . . . . .	15
<b>1. Heurystyczne podstawy teorii względności</b> . . . . .	17
1.1. Miejsce szczególnej teorii względności w fizyce . . . . .	17
1.2. Idea czasoprzestrzeni . . . . .	20
1.3. Wstępna konstrukcja czasoprzestrzeni . . . . .	24
1.4. Linie świata . . . . .	29
1.5. Układy odniesienia . . . . .	29
1.6. Pomiar czasu . . . . .	31
1.7. Synchronizacja zegarów . . . . .	33
1.8. Inercjalne układy odniesienia . . . . .	37
1.9. Aksjomaty teorii względności . . . . .	43
1.10. Zasada względności Galileusza–Einsteina . . . . .	45
1.11. Transformacja Galileusza i transformacje 3-wektorów . . . . .	48
1.12. Przykłady praw niezmienniczych względem transformacji Galileusza . . . . .	53
1.13. Komentarze do zasady względności . . . . .	59
1.14. Stosowalność zasady względności . . . . .	62
1.15. Geometrie, grupy transformacji i niezmienniki . . . . .	65
1.16. Uniwersalna prędkość oddziaływań $c$ . . . . .	68
1.17. Diagram Minkowskiego . . . . .	72
1.18. Interwał czasoprzestrzenny . . . . .	76
1.19. Wektory w czasoprzestrzeni . . . . .	80
1.19.1. Wektory umiejscowione . . . . .	80
1.19.2. Wektory swobodne . . . . .	81
1.19.3. Wektory styczne do krzywych . . . . .	82
1.20. Algebra wektorów . . . . .	84
1.21. Hiperpowierzchnie w czasoprzestrzeni . . . . .	87
1.21.1. Wprowadzenie . . . . .	87
1.21.2. Stożek świetlny . . . . .	88
1.22. Równoczesność zdarzeń . . . . .	91

1.23. Skrócenie długości . . . . .	101
1.24. Szczególna transformacja Lorentza . . . . .	102
1.25. Dylatacja czasu i kontrakcja Lorentza . . . . .	108
1.25.1. Dylatacja czasu . . . . .	108
1.25.2. Kontrakcja Lorentza . . . . .	111
1.26. Składanie prędkości . . . . .	112
1.26.1. Ruch jednowymiarowy . . . . .	114
1.26.2. Transformacja przyspieszenia . . . . .	116
1.26.3. Transformacja prędkości kątowej . . . . .	117
1.27. Technika diagramu Minkowskiego . . . . .	117
1.27.1. Wyznaczenie jednostek na osiach obu układów . . . . .	119
1.27.2. Dylatacja czasu i skrócenie Lorentza na diagramie Minkowskiego . . . . .	121
1.28. Zjawisko Dopplera i aberracja światła . . . . .	124
1.28.1. Aberracja światła . . . . .	127
1.29. Czas własny . . . . .	129
1.29.1. Druga definicja równoczesności . . . . .	136
1.30. Paradoks bliźniąt . . . . .	138
1.30.1. Eksperyment makroskopowy . . . . .	140
1.31. Nierówność trójkąta dla wektorów czasowych . . . . .	141
1.32. Relatywistyczna niezmienniczość praw fizyki . . . . .	145
1.32.1. Kowariantność a niezmienniczość cechowania . . . . .	152
<b>2. Kinematyka relatywistyczna . . . . .</b>	<b>156</b>
2.1. Pojęcia podstawowe . . . . .	156
2.1.1. Krzywe zerowe . . . . .	157
2.2. Prędkość i przyspieszenie . . . . .	159
2.3. Tetradą Freneta–Serreta . . . . .	163
2.3.1. Baza ruchoma w czasoprzestrzeni . . . . .	163
2.3.2. Płaskie krzywe czasowe . . . . .	169
2.4. Ruch jednostajnie przyspieszony . . . . .	170
2.4.1. Postać analityczna ruchu hiperbolicznego . . . . .	170
2.4.2. Własności geometryczne ruchu hiperbolicznego . . . . .	174
2.5. Nieinercjalne układy odniesienia . . . . .	176
2.5.1. Własności układów nieinercjalnych . . . . .	176
2.5.2. Współrzędne hiperboliczne . . . . .	181
2.5.3. Współrzędne geodezyjne generowane ruchem po okręgu . . . . .	183
<b>3. Dynamika relatywistyczna . . . . .</b>	<b>185</b>
3.1. Wprowadzenie . . . . .	185
3.2. Relatywistyczny pęd — konstrukcja heurystyczna . . . . .	186
3.3. Czwierwektor pędu i równania newtonowskie . . . . .	188
3.3.1. Niekowariantne równania ruchu . . . . .	188
3.3.2. Retardacja i równania różniczkowo-funkcyjne . . . . .	193
3.4. Całkowita energia kinetyczna . . . . .	197
3.5. Prawo zachowania 4-pędu . . . . .	203
3.6. Relatywistyczne kowariantne równania newtonowskie . . . . .	206
3.7. Moment pędu . . . . .	208
3.8. Mechanika relatywistyczna w formalizmie Lagrange’a . . . . .	215

3.9. Formalizm kanoniczny mechaniki relatywistycznej . . . . .	223
3.9.1. Kowariantny formalizm kanoniczny . . . . .	223
3.9.2. Niekowariantny formalizm kanoniczny . . . . .	225
3.10. Pierwsze twierdzenie Noether . . . . .	231
3.10.1. Sformułowanie twierdzenia . . . . .	231
3.10.2. Ładunek w stałym polu elektrycznym i magnetycznym . . . . .	235
3.11. Mechaniczny model elektrodynamiki . . . . .	238
<b>4. Wektorowa przestrzeń Minkowskiego . . . . .</b>	<b>247</b>
4.1. Konstrukcja wektorowej przestrzeni Minkowskiego . . . . .	247
4.2. Wektory kauzalne . . . . .	252
4.2.1. Definicje . . . . .	252
4.2.2. Nierówności Cauchy’ego–Buniakowskiego–Schwarza . . . . .	256
4.3. Podprzestrzeń wektorowej przestrzeni Minkowskiego . . . . .	257
4.4. Podprzestrzeń liniowe wymiaru 2 . . . . .	262
4.5. Przekształcenia Lorentza przestrzeni $\mathcal{M}_4$ . . . . .	264
4.6. Transformacje czynne i bierne . . . . .	267
<b>5. Czasoprzestrzeń Minkowskiego . . . . .</b>	<b>270</b>
5.1. Własności przestrzeni afinicznej . . . . .	270
5.2. Afiniczna przestrzeń Minkowskiego . . . . .	272
5.3. Liniowe podprzestrzenie czasoprzestrzeni . . . . .	275
5.4. Trójkąty w czasoprzestrzeni . . . . .	278
5.4.1. Płaszczyzna przestrzenna $S_2$ . . . . .	278
5.4.2. Płaszczyzna czasowa $T_2$ . . . . .	278
5.4.3. Płaszczyzna zerowa $N_2$ . . . . .	282
5.4.4. Trójkąty prostokątne . . . . .	283
5.5. Stożki świetlne i proste kauzalne . . . . .	283
5.5.1. Własności stożków zerowych . . . . .	283
5.5.2. Foliacja stożkowa . . . . .	286
5.6. Tetrydy nieortonormalne . . . . .	288
5.6.1. Wprowadzenie . . . . .	288
5.7. Fizyczny sens współrzędnych i hiperpowierzchni . . . . .	293
5.8. Zmienne zerowe na płaszczyźnie Minkowskiego . . . . .	297
5.9. Krzywoliniowe układy współrzędnych . . . . .	298
5.10. Struktura kauzalna czasoprzestrzeni . . . . .	306
5.11. Przekształcenia czasoprzestrzeni Minkowskiego — transformacje czynne . . . . .	312
5.12. Transformacje bierne . . . . .	314
5.13. Grupy Lorentza i Poincarégo . . . . .	315
5.14. Automorfizm kauzalny i uniwersalność transformacji Lorentza . . . . .	316
5.15. Transformacja Lorentza i współrzędne krzywoliniowe . . . . .	321
<b>6. Grupa Lorentza . . . . .</b>	<b>325</b>
6.1. Podstawowe własności macierzy Lorentza . . . . .	325
6.2. Składowe grupy Lorentza . . . . .	328
6.3. Dyskretne transformacje Lorentza . . . . .	330
6.3.1. Inwersje podstawowe . . . . .	330
6.3.2. Ogólne inwersje w czasoprzestrzeni . . . . .	332

6.4. Powierzchnie tranzytywności . . . . .	335
6.5. Objętość równoległościanu . . . . .	336
6.6. Pseudoskalary i pseudowektory . . . . .	338
6.6.1. Mechanika klasyczna . . . . .	341
6.6.2. Teoria relatywistyczna . . . . .	341
6.7. Wektory i wartości własne macierzy Lorentza . . . . .	342
6.8. Małe grupy . . . . .	346
6.9. Obroty przestrzenne . . . . .	347
6.9.1. Pojęcia podstawowe . . . . .	347
6.9.2. Obroty właściwe i grupa $SO(3)$ . . . . .	348
6.10. Boosty (pchnięcia) . . . . .	354
6.10.1. Definicja i podstawowe własności . . . . .	354
6.10.2. Ogólna postać boostu . . . . .	358
6.11. Rozkład polarny . . . . .	363
6.12. Obroty zerowe . . . . .	365
6.13. Czasoprzestrzeń jako rozmaitość i pola wektorowe Killinga . . . . .	371
6.13.1. Generatory transformacji Lorentza . . . . .	371
6.13.2. Wyznaczenie grupy izometrii z pola Killinga . . . . .	374
6.14. Wektory Killinga czasoprzestrzeni . . . . .	378
6.15. Eksponencjalna postać macierzy Lorentza . . . . .	382
6.16. Obrót Thomasa–Wignera . . . . .	388
6.17. Grupa Lorentza i grupa $SL(2, \mathbb{C})$ . . . . .	393
6.17.1. Ogólna relacja obu grup . . . . .	393
6.17.2. Grupa $SU(2)$ i obroty przestrzenne . . . . .	399
6.17.3. Macierze hermitowskie i boosty . . . . .	400
6.17.4. Drugi rozkład polarny . . . . .	402
6.18. Transformacje Lorentza i homografie . . . . .	403
6.19. Wartości własne a grupa $SL(2, \mathbb{C})$ . . . . .	410
6.20. Klasyfikacja homografii . . . . .	414
6.20.1. Transformacje eliptyczne . . . . .	415
6.20.2. Transformacje hiperboliczne . . . . .	416
6.20.3. Transformacje paraboliczne . . . . .	416
6.20.4. Transformacje loksodromiczne . . . . .	417
6.21. Kanoniczna postać niezdegenerowanej transformacji Lorentza . . . . .	418
6.22. Izomorfizm grupy Lorentza i grupy $SO(3, \mathbb{C})$ . . . . .	420
<b>7. Pomiary w czasoprzestrzeni . . . . .</b>	<b>423</b>
7.1. Synchronizacja zegarów w ruchu względnym . . . . .	423
7.2. Chronometria . . . . .	425
7.3. Prędkości względne . . . . .	427
7.4. Niewidzialność kontrakcji lorentzowskiej . . . . .	428
7.4.1. Problem obserwowalności kontrakcji . . . . .	428
7.4.2. Transformacje sfery niebieskiej . . . . .	430
7.5. Paradoksy kinematyczne . . . . .	435
7.5.1. Paradoksy ruchu jednostajnego prostoliniowego i obrotowego . . . . .	435
7.5.2. Paradoksy ruchu przyspieszonego . . . . .	438
7.5.3. Ruchy jednostajne w dwu wymiarach . . . . .	443
7.6. Paradoksy dynamiczne bryły sztywnej . . . . .	445

7.7. Paradoxy momentów siły . . . . .	448
7.8. Prędkości nadświatłne w zwykłej materii . . . . .	451
7.8.1. Postawienie problemu . . . . .	451
7.8.2. Prędkości pakietów falowych w ośrodkach z dyspersją . . . . .	452
7.8.3. Sygnały na frontach falowych . . . . .	454
7.8.4. Światło w ośrodkach anomalnych . . . . .	458
7.8.5. Efekt Scharnhorsta . . . . .	458
7.9. Tachiony . . . . .	460
7.9.1. Tachiony jako cząstki klasyczne . . . . .	461
7.9.2. Tachiony jako pola fizyczne . . . . .	464
7.9.3. Tachionowy antytelefon . . . . .	465
<b>Uzupełnienia . . . . .</b>	<b>467</b>
A. Pseudoinercjalny układ odniesienia w czasoprzestrzeni ultrastatycznej . . . . .	467
B. Transformacja temperatury . . . . .	473
C. Pomiary prędkości światła . . . . .	475
C.1. Niezależność prędkości światła od prędkości i kierunku ruchu obserwatora względem wyróżnionego układu odniesienia . . . . .	480
C.2. Niezależność prędkości światła od kierunku przy przelocie w jedną stronę	481
C.3. Niezależność prędkości światła od ruchu źródła względem eteru . . . . .	482
C.4. Niezależność prędkości światła od częstości (energii) . . . . .	484
D. Hiperboloidy w czasoprzestrzeni . . . . .	485
D.1. Dwa rodzaje hiperboloid . . . . .	485
D.2. Przestrzeń prędkości . . . . .	490
E. Liniowość transformacji Lorentza . . . . .	491
F. Granica nierelatywistyczna transformacji Lorentza . . . . .	493
G. Tożsamość punktów czasoprzestrzeni i dyfeomorfizmy . . . . .	496
H. Równoważność masy i energii a czarne dziury . . . . .	505
I. Czterowektor entalpii cieczy doskonałej . . . . .	506
J. Kowariantność i symetrie . . . . .	509
<b>Bibliografia . . . . .</b>	<b>515</b>
<b>Skorowidz rzeczowy . . . . .</b>	<b>520</b>
<b>Skorowidz nazwisk . . . . .</b>	<b>527</b>