

# Spis treści

<b>Wstęp</b> . . . . .	7
<b>1. Wprowadzenie</b> . . . . .	9
1.1. Garść przykładów . . . . .	10
<b>2. Równanie falowe</b> . . . . .	15
2.1. Równanie struny i wzór d'Alemberta . . . . .	15
2.2. Wzór Kirchhoffa. Zasada Huygensa . . . . .	17
2.2.1. Struna półnieskończona . . . . .	18
2.2.2. Średnie sferyczne i wyprowadzenie wzoru Kirchhoffa . . . . .	19
2.3. Wzór Poissona. Czego nie mogą płaszczaki? . . . . .	24
2.4. Niejednorodne równanie falowe: całki Duhamela . . . . .	25
<b>3. Równanie przewodnictwa cieplnego</b> . . . . .	28
3.1. Istnienie rozwiązań . . . . .	28
3.2. Zasada maksimum . . . . .	32
3.3. Niejednorodne równanie przewodnictwa cieplnego . . . . .	35
3.4. Dygresja probabilistyczna . . . . .	36
<b>4. Funkcje harmoniczne i równanie Laplace'a</b> . . . . .	38
4.1. Własność wartości średniej i zasada maksimum . . . . .	39
4.2. Nierówność Harnacka . . . . .	42
4.3. Formuła reprezentacyjna Greena . . . . .	43
4.4. Zagadnienie Dirichleta w kuli: całka Poissona . . . . .	47
4.4.1. Oszacowania pochodnych i ciągi funkcji harmonicznych . . . . .	51
4.5. Metoda Perrona . . . . .	52
4.6. Bariery . . . . .	56
<b>5. Klasyfikacja równań rzędu drugiego</b> . . . . .	61

<b>6. Przestrzenie Sobolewa</b>	64
6.1. Motywacje	65
6.2. Definicje, niektóre własności	68
6.2.1. Zupełność	72
6.2.2. Gęstość funkcji gładkich	73
6.3. Nierówność Poincarégo i twierdzenie Sobolewa	77
6.4. Twierdzenie Rellicha–Kondraszowa	80
<b>7. Słabe rozwiązania</b>	84
7.1. Metoda wariacyjna Ritza	84
7.2. Zastosowania metody Ritza	90
7.3. Inne metody konstrukcji słabych rozwiązań	94
7.3.1. Lemat Laxa i Milgrama	94
7.3.2. Przykład zastosowania lematu Laxa i Milgrama	95
7.3.3. Wzmianka o metodzie Galerkina	98
7.4. Z powrotem do zwyczajności: lemat Weyla	99
<b>8. Wartości własne laplasjanu</b>	103
8.1. Dygresja: operatory zwarte	104
8.2. Wartości własne laplasjanu	107
8.3. Wzmianka o twierdzeniu Weyla. Czy można usłyszeć kształt bębena?	109
<b>9. Informacja o twierdzeniu Kowalewskiej</b>	111
9.1. Przykład Mizohaty	111
9.2. Twierdzenie Kowalewskiej	113
<b>Dodatki</b>	116
<b>A. Oznaczenia i uzupełnienia</b>	116
A.1. Przestrzenie Banacha	117
A.2. Przestrzenie funkcji całkowalnych	118
<b>B. Szeregi Fouriera dla leniwych</b>	120
B.1. Model przepływu ciepła w jednorodnym pręcie	121
B.2. Model drgającej struny	122
B.2.1. Wzory na współczynniki	124
B.3. Szeregi Fouriera funkcji całkowalnych	124
B.4. Szeregi Fouriera funkcji całkowalnych z kwadratem	127
B.5. Kryteria zbieżności	130
<b>C. Zadania</b>	132
C.1. Rozwiązania klasyczne równań liniowych	132
C.2. Przestrzenie Sobolewa i słabe rozwiązania	143
<b>Bibliografia</b>	150
<b>Skorowidz</b>	151