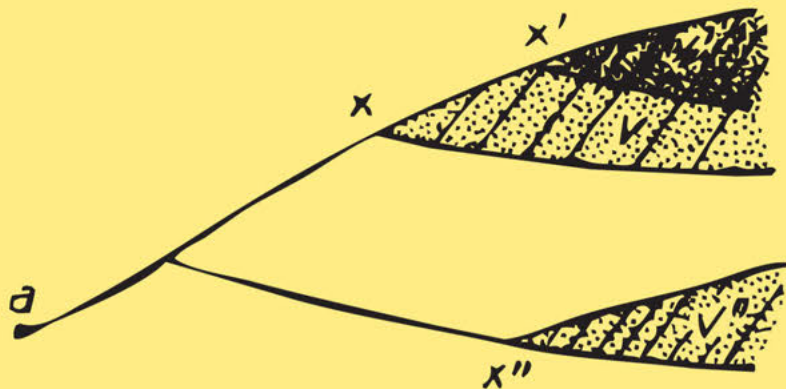


*Jerzy Mioduszewski*

# WYKŁADY Z TOPOLOGII

Zbiory spójne  
i kontinua



# Wykłady z topologii

## Zbiory spójne i kontinua

PRACE  
NAUKOWE



UNIWERSYTETU  
ŚLĄSKIEGO  
W KATOWICACH

Nr 2867

*Jerzy Mioduszewski*

# WYKŁADY Z TOPOLOGII

Zbiory spójne  
i kontinua

Wydanie drugie

Wydawnictwo Uniwersytetu Śląskiego



Katowice 2011

Recenzenci I wydania  
Józef Krasinkiewicz  
Hanna Patkowska

# Spis treści

Wstęp	7
Wykład I	11
Zbiory uporządkowane * Uporządkowania zbioru * Skoki i luki * Uporządkowania ciągle * Kresy górne i dolne * Przedziały zbioru uporządkowanego * Zbiory wypukłe * Podzbiory porządkowo gęste — ośrodkowość porządkowa * Twierdzenia Cantora * Charakteryzacja porządkowa zbioru liczb rzeczywistych	
Wykład II	19
Topologie wyznaczone przez uporządkowanie * Topologie uporządkowań * Spójność * Topologia podzbioru * Uporządkowania leksykograficzne * Stopień ośrodkowości, waga, liczba Suslina * Nieporządkowalność prostej Sorgenfrey'a * O problemie Suslina * Zwartość * Zwartość ciągłowa * Zbiór Cantora * Kontinua uporządkowane	
Wykład III	34
Spójność przestrzeni topologicznych ogólnych * Przestrzenie spójne — określenie * Podstawowe własności * Spójność a odwzorowania ciągle * Zbiory spójne * Spójność a produktowanie * O kontinuuach * Moc zbiorów spójnych * Przykład Binga * Składowe i quasi-składowe * Zwiększanie topologii a spójność * Topologia gęstościowa * Lokalna spójność * Przestrzenie lokalnie spójne * Produkty przestrzeni lokalnie spójnych * Twierdzenie Eilenberga	
Wykład IV	53
Osobliwości spójności * Metoda Bernsteina * Miotelki typu Knastera—Kuratowskiego * Twierdzenia Knastera—Kuratowskiego * O zbiorach dwuspójnych * Miotelki typu Wildera * Wykresy pochodnych * Porządkowalność przestrzeni spójnych	
Wykład V	66
Kontinua * Kontinua — określenie * Kontinua nieprzywiedlne * Twierdzenie Moore'a o punktach nierozspajających * Pewna charakteryzacja topologiczna zbioru Cantora * Charakteryzacja topologiczna odcinka * O charakteryzacjach topologicznych okręgu * Odwzorowania otwarte odcinka * Punkty rozgałęzienia * Lemat Janiszewskiego * Twierdzenie Sierpińskiego	

Wykład VI	83
Lokalna spójność w zakresie kontynuów * Twierdzenia Wildera * Kontinua lokalnie spójne * Twierdzenie Mazurkiewicza—Moore’a * Kontinua lokalnie łukowo-spójne * Twierdzenie Hahna—Mazurkiewicza * Własność (S) Sierpińskiego * Jeśli kontinuum nie jest lokalnie spójne	
Dodatek	97
Odwzorowania peanowskie * Ogólna zasada konstrukcji * Odwzorowanie Peany * Odwzorowanie Hilberta * Odwzorowania Sierpińskiego i Polyi * Krotność odwzorowań peanowskich * O różniczkowalności odwzorowań peanowskich	
Wykład VII	110
Kontinua niemetryczne * Łukowa spójność i łukowa lokalna spójność obrazów ciągłych odcinków uogólnionych * Ich stopień ośrodkowości i waga * Nieprzenoszenie się twierdzenia Hahna—Mazurkiewicza na kontinua niemetryczne * Odwzorowania na produkty $X \times Y$ * Wnioski co do odwzorowań peanowskich * O kontynuach lokalnie spójnych, które nie są łukowo spójne	
Wykład VIII	124
Dendryty * Dziedziczna lokalna spójność i dziedziczna jednosprzęgłość dendrytów * Punkty rozgałęzienia * Podbaza złożona z odgałęzień * Metryzowalność dendrytów równoważna ich ośrodkowości * Końce * Retrakcje monotoniczne * Twierdzenie o punkcie stałym	
Wykład IX	136
Kontinua nierozkładalne * Jeziora Wady * Kontinuum Knastera * O zbiorach szeroko spójnych Swingle’a * Kompozanty * Twierdzenie Mazurkiewicza o ilości kompozant kontinuum nierozkładalnego metrycznego * Kontinua solenoidalne i solenoidy * Kontinua łańcuchowe	
Indeks nazwisk	161
Skorowidz nazw	165
Twierdzenia	167
Przykłady	168
Summary	169
Резюме	170

# Wstęp

*Spójność* — własność polegająca na niemożliwości rozbicia przestrzeni na dwa zbiory otwarte — pojawiła się w rozważaniach półmatematycznych jeszcze u scholastyków z Merton College i Paryża, których, podobnie jak Galileusza, pochłaniał obecny w fizyce Arystotelesa problem ruchu pocisku. Dzieli się on na dwie fazy — wymuszoną, kiedy pocisk się wznosi, niemającą chwili ostatniej — i spadku naturalnego — fazy niemającej chwili początkowej. Sposób, w jaki łączą się obie fazy, jest problemem myślowym, który rozstrzygamy za Galileuszem, przyjmując, że łączy je dokładnie jedna chwila. To rozstrzygnięcie pojawia się w ścisłej formie u Dedekinda, twórcy obiektu myślowego arytmetyczno-mnogościowego znanego pod nazwą continuum, które okazuje się spójne w sensie wypowiedzianym na wstępie.

To proste pojęcie spójności przeniesione we wczesnych latach ubiegłego stulecia przez Frederica Rieszego na powstały wówczas zakres obiektów mnogościowych, bardziej złożonych niż liniowo płynący czas, ujawniło dość szybko wiele osobliwości — wręcz patologii. Napotykał na nie na początku wieku A. Schoenflies, a za nim L.E.J. Brouwer, mimo że ograniczali się do zbiorów nazywanych później zwartymi. B. Knaster i K. Kuratowski (1922) napotkali wśród zbiorów spójnych (niezwartych) na osobliwości na tyle specyficzne, że omawia się je zazwyczaj oddzielnie od osobliwości pojawiających się w zakresie zbiorów zwartych spójnych nazwanych kontinuumami.

Początkowo ograniczono zainteresowania do kontinuumów położonych w przestrzeniach euklidesowych (H. Hahn, S. Mazurkiewicz, R.L. Moore), rozszerzając stopniowo zakres, najpierw do kontinuumów położonych w przestrzeniach metrycznych. W pewnych zakresach, np. jeśli założyć lokalną spójność, dyscyplina ma charakter teorii. W pewnych dalszych zakresach jest to już raczej zbiór faktów. Od mniej więcej lat sześćdziesiątych ubiegłego wieku rozważania wyszły wyraźnie poza kontinua metryczne, nie wychodząc wszakże w istotnej mierze poza zakres  $T_2$ . Zbiory spójne niezwarłe nadal pozostały w kręgu zainteresowań teorii. Choć współczesna teoria kontinuumów wychodzi daleko poza zakres kontinuumów położonych w przestrzeniach euklidesowych, to jednak już kontinua leżące na płaszczyźnie stwarzają nierozwiązane od dziesiątek lat zagadnienia.

Teoria zbiorów spójnych i kontinuumów nie ma na celu zastosowań. Jej problemy to problemy wewnętrzne teorii. Ale od samego początku — wspomnieliśmy Galileusza — spójności i kontinuumom towarzyszą zjawiska o znaczeniu fizycznym, które nadają teorii motywacji. Na obrzeżu teorii równań różniczkowych pojawiają się krzywe będące kontinuumami zagęszczenia rozwiązań, wśród nich kontinua nierozkładalne — kontinua o skrajnych osobliwościach geometrycznych. Teoria kontinuumów pomaga rozumieć te zjawiska przez badanie obiektów arytmetycznych o analogicznej budowie. Dyscyplina nazywana topologią dynamiczną — mająca



związki z teorią kontynuów — dostarcza obiektów i procesów symulujących zjawiska przyrody, podobnie jak rozwijana obecnie teoria fraktali. Tych powiązań teorii kontynuów z dyscyplinami matematycznymi wyrosłymi na gruncie analizy Newtona nie można jednak w żadnym razie nazwać zastosowaniami, bo jest to raczej wspomagająca obie strony koegzystencja.

Jest kilka książek poświęconych spójności i kontinuum. W zakresie płaszczyzny należy wymienić przede wszystkim książkę B. Kerékjártya (1923). Kontinuum wymiaru 1, tj. krzywym, poświęcił książkę K. Menger. Oryginalnością wyróżnia się książka G.L. Spencera i D.W. Halla (1960). W książkach J.G. Hockinga i G.S. Younga (1961), K. Kuratowskiego (1950) i G.T. Whyburna (1942) kontinuum poświęcone są ich główne rozdziały. Logicznie przedstawiony przegląd wczesnych rezultatów dotyczących spójności i kontynuów można znaleźć u W. Wilkosza (1935).

W niniejszej publikacji autor po przedstawieniu podstawowych wątków, tworzących określone całości, starał się umieścić również rzeczy nowsze. Stosowana w tej książce symbolika i nazewnictwo nie odbiega od ogólnie przyjętych.

Książka nie ujmuje całości zagadnienia. Urywa się w miejscu, w którym wyczerpują się możliwości elementarnych środków w niej stosowanych. Niewiele mówi się o odwzorowaniach kontynuów, nie pojawia się metoda granic wstecznych.

*Katowice, sierpień 1995, J.M.*

Autor dziękuje Profesorowi Piotrowi Wojtylakowi, kierującemu w latach dziewięćdziesiątych pracą Instytutu Matematyki UŚ, za przychylność zamiarowi wydania niniejszej pozycji. Pani Aleksandrze Kaptur autor dziękuje za przygotowanie rękopisu. Słuchacze Studium Doktoranckiego Instytutu Matematyki UŚ pomogli autorowi w wyłowieniu licznych usterek w pierwszych wersjach książki. W opracowaniu kilku rozdziałów istotną pomocą były rozmowy z Doktorem Wojciechem Dębskim, obecnie w Saskatoon w Kanadzie, oraz z Doktorem Sławomirem Turkiem z Uniwersytetu Humanistycznego w Kielcach i Doktorem Jerzym Krzempkiem z Politechniki Gliwickiej.

*Katowice, grudzień 2009, J.M.*

Autor dziękuje Wydawnictwu Uniwersytetu Śląskiego za trud wznowienia książki. Dziękuję Pani Redaktor Mgr Barbarze Todos-Burny za dopilnowanie stylu i poprawności, a Panu Mgr Tomaszowi Gutowi za współpracę nad tekstem i rysunkami.

*Katowice, styczeń—luty 2011, J.M.*

Literatura — książki

- Aleksandrow P.S., 1948: *Wwiedienije w teoriju mnożestw i funkcij*. Moskwa—Leningrad.
- Aleksandrow P.S., 1977: *Wwiedienije w teoriju mnożestw i obszczuju topologiiu*. Moskwa.
- Charatonik J.J., 1998: *History of Continua Theory. W: Handbook of the History of General Topology*. Kluwer, s. 703—786.
- Engelking R., 1989: *Topologia ogólna*. Cz. 1—2. Warszawa.
- Hall D.W., Spencer G.I., 1960: *Elementary Topology*. New York—London.
- Hausdorff F., 1914: *Grundzüge der Mengenlehre*. Leipzig.
- Hocking J.G., Young G.S., 1961: *Topology*. Reading Mass.
- Kelley J.L., 1957: *General Topology*. Toronto—New York—London.
- Kérékjártó B. von, 1923: *Vorlesungen über Topologie*. Springer.
- Kuratowski C., 1950: *Topologie*. Cz. 2. Warszawa—Wrocław.
- Menger K., 1932: *Kurventheorie*. Leipzig.
- Rimow W., 1975: *Topologie*. Berlin.
- Sierpiński W., 1952: *General Topology*. Toronto.
- Whyburn G.T., 1972: *Analytic Topology*. Vol. 28. AMS Colloquium Publications 1972.
- Wilkosz W., 1931: *Les propriétés du plan Euclidien*. Memorial de Sciences Mathématiques. Gauthier—Villars, Paris.

# Indeks nazwisk

- Anderson R.D. 47, 148  
Aronszajn N. 88  
Aarts J.M. 62  
Aleksandrow P.S. 9, 19, 23, 32, 35, 41—43, 85, 88, 91, 137
- Bachman G. 148  
Baggs I. 47, 48  
Baire R. 56, 61, 80, 103, 158  
Banach S. 93, 94, 97  
Bell M.G. 131  
Bellamy D.P. 142, 150  
Bernstein F. 53, 55, 140  
Bing R.H. 34, 42—44, 75, 94, 134, 149, 152, 155, 156, 159, 160  
Birkhoff G. 19  
Boas van Emde P. 26  
Bogomołowa W.S. 48  
Bolzano B. 18  
Borsuk K. 134, 149  
Brouwer A.E. 67, 127  
Brouwer L.E.J. 137  
Bruckner A.M. 61  
Brudno A. 109
- Cantor G. 11, 16, 17—19, 31—37, 45, 46, 49, 50, 51, 55, 56, 59, 60, 66, 70, 71, 74, 91, 100, 117, 123, 139, 140, 143, 145, 147—152  
Cesaro E. 61  
Charatonik J.J. 9, 62, 82, 133  
Charaziszwili (Kharazishvili) A. 29, 48  
Cichoń J. 29, 109  
Claytor S. 133  
Cobb J. 60  
Cook H. 81, 145
- Cornette J.L. 121, 122, 132  
Czebyszew P.L. 77  
Čech E. 142  
Czertanow G.I. 27, 29
- Dalen van J. 26  
Dantzig van D. 149  
Darboux G. 49, 61, 62  
Dębski W. 104, 105, 107, 119, 124, 131, 143, 151  
Dedekind R. 11, 12, 18  
Denjoy A. 148  
Devlin K. 28  
Drozdowski S.A. 121  
Duda R. 60
- Eberhardt C. 130  
Eilenberg S. 26, 34, 52, 62, 64, 65, 70, 73  
Emeryk A. 46, 160  
Engelking R. 9, 19, 30, 41, 43, 46, 85, 119  
Erdős P. 46, 58  
Estill M.E. (Rudin) 59
- Faber M.J. 26  
Fort M.K., Jr. 149  
Frankiewicz R. 26  
Frechet M. 42  
Fubini G. 108  
Fugate R.H. 155
- Gardner M. 104  
Gehman H.M. 133  
Goffman C. 48  
Gołubiew W.N. 108  
Gordh G.R. 126  
Groot de J. 131

- Gruenhage G. 59, 71, 81  
 Gustin W. 61  
 Guthrie J.A. 47, 48  
 Grudziński W. 52, 64
- Hadwiger H. 79  
 Hahn H. 51, 83, 90, 91, 94, 97, 104, 110, 120, 130  
 Hall D.W. 9, 74, 93  
 Hamilton O.H. 156, 156  
 Hart K.P. 26, 160  
 Hausdorff F. 9, 32, 35, 89, 91,  
 Heemert van A. 149  
 Herrlich H. 62  
 Hewitt E. 42, 115, 148  
 Hilbert D. 46, 49, 66, 90, 93, 97, 98, 102, 109,  
 132, 134  
 Hille P. 108  
 Hobson E.W. 61  
 Hocking J.G. 9, 49, 88  
 Hurewicz W. 104, 107
- Ingram W.T. 154, 155
- Janiszewski Z. 66, 67, 78, 79, 92, 94, 106, 138,  
 139, 140, 153, 158, 160  
 Jech. T.J. 28  
 Jefimow B.A. 29  
 Jesienin-Wolpin A.S. 117  
 Johnsbrätten H. 28  
 Jones F.B. 60  
 Jordan C. 35  
 Juhasz I. 28
- Kallman R.R. 79  
 Kaluzsay K. 112  
 Kannan V. 61  
 Katsuura H. 60, 119  
 Kelley J.L. 9, 19, 112  
 Keréjártó B. 9, 40, 67, 112, 137  
 Kline J.R. 57, 75, 86, 96  
 Knaster B. 7, 27, 53, 55—60, 62—64, 66, 67, 69,  
 78, 84, 92, 136, 138, 140, 150, 153, 158—160  
 Kok H. 127  
 Koepcke A. 61  
 Krasinkiewicz J. 149  
 Kronecker L. 147  
 Krzempek J. 75  
 Kulpa W. 26, 46, 119  
 Kuratowski K. 9, 30, 35, 53—64, 69, 70, 74, 75,  
 78, 81, 88, 109, 111—113, 115, 118, 127, 131,  
 132, 138, 140, 143
- Kurepa G. 27, 118
- Kurosch A. 42  
 Kuykendall D.P. 155
- Lebesgue H. 32, 33, 36, 49, 90  
 Lehman B. 121, 122  
 Lelek A. 56, 62, 97, 119  
 Lennes N.J. 35, 74  
 Levy B. 79  
 Lipiński J.S. 48, 109  
 Lubański M. 138  
 Lusternik L.A. 79  
 Lutzer D.J. 26
- Łokuciewski O.W. 156  
 Łuzin N. 48
- Maćkowiak T. 149, 155  
 Maehara R. 60  
 Manheim J.H. 18  
 Marcus S. 61  
 Marczewski E. 115, 117  
 Mardešić S. 110, 111, 114, 115, 117—121  
 Martin G.E. 28  
 Martin J. 61, 104  
 Maurice M.A. 26, 29, 33  
 Maximoff I. 61  
 Mazurkiewicz S. 51, 54, 67, 83, 86, 87, 89, 90, 91,  
 93, 94, 97, 104, 110, 112, 120, 121, 126  
 130, 136, 140, 142, 145, 158  
 McAnley L.F. 77  
 McCord M.C. 149  
 Menger K. 9, 88, 124, 126, 132, 133, 135  
 Méray H.C. 18  
 Mienszow D. 48  
 Mill van J. 130, 131, 135, 160  
 Miller E.W. 59, 132  
 Miller G.G. 61  
 Mioduszewski J. 18, 28, 73, 98, 105, 124, 142, 156  
 Mohler L. 84  
 Moise E.E. 94, 159, 160  
 Moore R.L. 62, 66, 68, 70, 74, 75, 77, 80, 83,  
 85—91, 93, 99, 110, 121, 126, 128  
 Morayne M. 109  
 Mostowski A. 30, 88, 109  
 Mycielski J. 143
- Niemycki W.W. 148, 149  
 Nikiel J. 120, 121, 130  
 Norden J. 72  
 Novák J. 33  
 Nunnally E. 148

Oxtoby J. 48  
 Oversteegen L.G. 62  
  
 Papić P. 27, 29, 114, 115, 117, 120  
 Peano G. 93, 97, 101, 102, 109, 111  
 Pearson B.J. 123, 130  
 Petersen K. 147  
 Phragmén E. 54  
 Piranian G. 108  
 Pol R. 160  
 Polya G. 97, 102, 103  
 Pompéju D. 61, 64, 108  
 Pondiczery 115  
 Proizwołow W.W. 127  
 Purish S. 26, 72  
  
 Rajagopalan M. 72  
 Rauchwarger I.L. 42  
 Reynolds D.F. 47  
 Riesz F. 35, 40  
 Rimow W. 9  
 Roberts I.H. 82  
 Rolfsen D. 79  
 Rosen R.H. 156  
 Ross K.A. 148  
 Roy P. 61  
 Rudin M.E. 28, 58, 59, 121, 140, 142  
 Rychlik K. 18  
  
 Saks S. 108, 109  
 Salem R. 107  
 Scherrer W. 135  
 Schoenfeld A.H. 71  
 Schoenflies A. 35, 105, 137  
 Sierpiński W. 9, 12, 16, 18, 46, 54, 61, 66, 74, 80, 81, 83, 85, 91, 93, 94, 96—98, 102, 103, 105  
 Simmons F.W. 79  
 Simone J.N. 128  
 Simon P. 47, 118  
 Sorgenfrey R.H. 19, 22—27, 33, 45, 155  
 Spencer G.L. 74, 93  
 Steinhaus H. 79  
 Stiepanow W.W. 148, 149  
 Stone A.H. 142  
 Stone H.E. 47, 48  
 Straszewicz S. 18, 74  
 Strok M. 131  
 Suslin M. 19, 23, 25—28, 33, 72, 117, 118, 130  
 Swingle P.M. 59, 136, 138, 140  
 Szanin N.A. 116  
  
 Szarek M. 109  
 Szlenk W. 148  
 Szymański A. 131  
  
 Tall F.D. 48  
 Thomas J.P. 42, 48  
 Tichonow A. 49, 66, 116, 130  
 Tietze H. 112  
 Titus C.J. 108  
 Treybig L.B. 114, 119, 120  
 Turek S. 146, 149  
 Tymchatyn E.D. 149, 155  
  
 Urysohn P.S. 23, 41, 42, 48, 96, 108, 138  
  
 Vietoris L. 145, 149  
 Vought E.J. 61  
 Voxman W. 60  
 Vries de J. 152  
  
 Wage M. 47  
 Wallace A.D. 70, 74, 85, 135  
 Waraszkiewicz Z. 92, 152, 156  
 Ward A.J. 112  
 Ward L.E. 124, 127, 126, 135  
 Waterman D. 48  
 Watson W.S. 46  
 Wattel E. 26, 130, 131, 135  
 Ważewski T. 133  
 Weierstrass K. 18  
 Węglorz B. 29  
 Whyburn G.T. 8, 9, 75, 78, 88, 112, 124  
 Wilder R.L. 35, 53, 57, 60, 75, 83—85, 97, 126—128, 138  
 Wilkosz W. 9, 35, 51  
 Wilson R.G. 46  
 Wiweger A. 13  
 Wolibner W. 108  
 Wright E.M. 147  
  
 Yoneyama K. 137  
 Young G.S. 26, 49, 108, 120  
  
 Zahorski Z. 48, 109  
 Zarankiewicz K. 95, 124, 132  
 Zermelo E. 53  
 Zoretti L. 67  
 Zorn M. 67, 70, 111—113, 115, 118, 131  
 Zygmund A. 107

# Skorowidz nazw

- całkowita niespójność 45,
- dendryt 124,
- dziedziczna niespójność 46
- izomorfizm uporządkowań 16
- kompozanta 140
- kontinuum 39, 66
  - atriodyczne 154
  - dziedzicznie nierozkładalne 158
  - jednosprzęgle dziedzicznie 127
  - łańcuchowe 152
  - nieprzywiedlne 67
  - nierozkładalne 136
  - regularne (krzywa regularna) 131
  - uporządkowane 33
- końce dendrytu 132
- kres górny 13
- kres dolny 14
- krotność odwzorowania 102, 104
- liczba Suslina 24
- liczby 2-adyczne 148
- lokalna spójność przestrzeni (topologii) 50
  - w punkcie 52
- lokalna łukowa spójność 89, 90, 110, 113, 121
  - w punkcie 49
- łuka 12
- łańcuch 36, 86
- łuk uogólniony 110
- łukowa spójność 86
- obszar 50
- odcinki 14
- odgałężenie 68
- odwzorowania peanowskie 97
- odwzorowanie nieprzywiedlne 114
  - otwarte 66, 75, 77, 89, 107
- ośrodek przeliczalny 16
- odśrodkowość 23
- podzbiór gęsty 23
  - porządkowo gęsty 16
  - wypukły 15
- prosta rzeczywista, zbiór liczb rzeczywistych 17
- przedziały 14
- przekrój w sensie Dedekinda 12
- punkt eksplodujący 55
  - rozgałęzienia 77, 128
- quasi-składowa 44
- rozbitcie 12
- rozpad zbioru 68
- semikontinuum 75, 84
- shift 151
- sinusoida zagęszczona 38
- skok 12
- składowa 44
- składowa wypukłości 15
- spójność – typologii, przestrzeni 34
- stopień ośrodkowości 23
- topologia, przestrzeń topologiczna 19, 34
- topologia dziedziczona 21
  - gęstościowa 48
  - (przestrzeń) spójna 34

spójna maksymalna 47  
uporządkowania 19

triada, quasi-triada 154

uporządkowanie 11  
ciągłe 12  
częściowe 11, 72  
dziedziczne 21  
leksykograficzne 22

waga 23  
wartość otwartości 104  
własność Suslina 27

zbiór domknięto-otwarty 23, 32, 34  
dwuspójny 57  
punktkształtny 54  
szeroko spójny 140  
zwartość ciągowa 30  
pokryciowa 29

# Twierdzenia

## Lemat

Bernsteina 53

Janiszewskiego o dochodzeniu do brzegu  
78

## Twierdzenie

Cantora o charakteryzacji porządkowej zbioru  
liczb rzeczywistych 17

Eilenberga o porządkowości 52

Gruenhage'a–Schoenfelda o zbiorze Cantora 71

Hahna–Mazurkiewicza 90, 91, 94

Kallmana–Simmons'a o zbiorze różnic 79

Knastera–Kuratowskiego o rozkładzie 57

Knastera–Kuratowskiego o rozspajaniu przez  
zbiór spójny 57, 58, 63, 64, 69

Kurepy o kwadracie prostej Suslina 118

Mardešicia–Papicia o równości wagi i stopnia  
odśrodkowości 115

Mazurkiewicza o ilości kompozant 142

Mazurkiewicza–Moore'a 86, 87, 89, 90, 91

Moore'a o istnieniu punktów nierozspajających  
68

Moore'a o charakteryzacji odcinków 74

o istnieniu kontynuów nieprzywiedlnych 67

o krotności odwzorowań peanowskich 105

o łukowej spójności obrazów ciągłych  
odcinków 111

o mocy zbioru punktów rozgałęzienia 78

o nieporządkowości prostej Sorgenfrey'a 25

o obrazach otwartych odcinka 75

o punkcie stałym dla dendrytów 134

o punkcie stałym dla kontynuów łańcuchowych  
156

o równości stopnia odśrodkowości i wagi dla  
dendrytów 130

o równości stopnia odśrodkowości i wagi dla  
uporządkowań ciągłych 24

o różniczkowości odwzorowań  
peanowskich 108

o spójności produktu 38

o zbiorze końców dendrytu 133

o zwartości ciągowej i pokryciowej dla  
typologii uporządkowań 30

Papicia o prostej Suslina 27

Pearsona 123

Sierpińskiego o kontynuach lokalnie spójnych 93

Sierpińskiego o rozbiciu kontinuum 80,81

Treybiga 119

Wildera 83, 84



# Przykłady

Przestrzeń spójna  $T^2$  przeliczalna Binga 42

Miotelki typu Knastera–Kuratowskiego 55, 59, 60

Miotelki typu Wildera 60

Odwzorowania peanowskie 97, 98, 101, 102, 104, 105, 108

Kontrprzykład niemetryczny Cornette’a–Lehman 121

Jeziora Wady 137

Najprostsze kontinuum nierozkładalne Janiszewskiego–Knastera 67, 138, 139

Zbiory szeroko spójne Swingle’a 140

Kontinuum nierozkładalne położone na torusie 147

Solenoid 2-adyczny 148

Kontinuum solenoidalne wyznaczone przez shift 151

Kontinuum dziedziczne nierozkładalne – pseudołuk – wzorzec opisu 159

Jerzy Mioduszewski

LECTURES ON TOPOLOGY  
Connected spaces and continua

Summary

The book consists of eight lectures concerning the theory of connectedness and continua to be used as University text. In the part of the book devoted to continua such topics as Moore theorem concerning cut points, Hahn—Mazurkiewicz, Mazurkiewicz—Moore and Sierpiński theorems concerning locally connected metric continua, theorems on indecomposable continua including Mazurkiewicz theorem on the number of composants are treated. The constructions of some solenoidal continua are given. A lecture is devoted to the non-metric branch of the theory of continua with theorems by Kurepa, Mardešić, Papić and Treybig. There is a special lecture devoted to Peano maps. Some peculiarities among non-compact connected sets are discussed, in particular those which concern biconnected sets. The text is aimed at students at various levels. Some parts are written for more advanced readers.

Ежи Медушевский

## ЛЕКЦИИ ПО ТОПОЛОГИИ Связные пространства и континуумы

Резюме

Книга составлена из восьми лекции мыслимых как очерк теории связных пространств и теории континуумов начиная с элементарных понятий входящих в курс теоретико-множественной топологии по некоторые новейшие конструкции и теоремы. Вслед за элементарном введением идут лекции посвященные случаям и особенностям двусвязных пространств в смысле Кнастера—Куратовского. Что касается теории континуумов, книга содержит теоремы Мура о точках разбивающих континуумы, теоремы Мана—Мзауркевича, Мзауркевича—Мура и Серпинского о локально связных континуумах, очерк теории неразложимых континуумов, включая теоремы Мзауркевича о числе композантов. Выделено ответвление для неметрических континуумов, где изложены теоремы Курепы, Мардешича, Папиуа и Трейбига. Отдельная лекция посвященная отображениям Пеано. Книгу кончает лекция посвященна дендритом — метрическим и неметрическим. Книга предназначена студентом математики изучающим стандартный курс теоретико-множественной топологии, но те которых интересуют тоже специальные главы этой дисциплины, могут найти в книге нечто для себя.

Copyright © 2011  
by Wydawnictwo Uniwersytetu Śląskiego  
Wszelkie prawa zastrzeżone

**ISSN 0208-6336**  
**ISBN 978-83-226-1963-6** (wersja drukowana)  
**ISBN 978-83-226-2326-8** (wersja elektroniczna)

Wydawca  
**Wydawnictwo Uniwersytetu Śląskiego**  
**ul. Bankowa 12B, 40-007 Katowice**  
[www.wydawnictwo.us.edu.pl](http://www.wydawnictwo.us.edu.pl)  
e-mail: [wydawus@ud.edu.pl](mailto:wydawus@ud.edu.pl)

---

Wydanie II. Ark. druk. 10,75. Ark. wyd. 13,5. Papier off-  
set. kl. III, 90 g Cena 16 zł

---

Lamanie: Pracownia Składu Komputerowego  
Wydawnictwa Uniwersytetu Śląskiego  
Druk i oprawa: PPHU TOTEM s.c.  
M. Rejnowski, J. Zamiara  
ul. Jacewska 89, 88-100 Inowrocław

Cena 16 zł (+ VAT)

ISSN 0208-6336